



Optimal burn-in time under cumulative free replacement warranty

指導教授：童超塵

作者：Won Young Yun, Yang Woo Lee, Luis Ferreira

出處：Reliability Engineering And System Safety

Accepted：6 May 2002

報告人：鍾喆文



- Abstract
- Literature review
- Total mean cost model
- Numerical examples
- Conclusions



Keywords

- Burn-in
- Cumulative warranty
- Bathtub failure rate
- Mean total cost

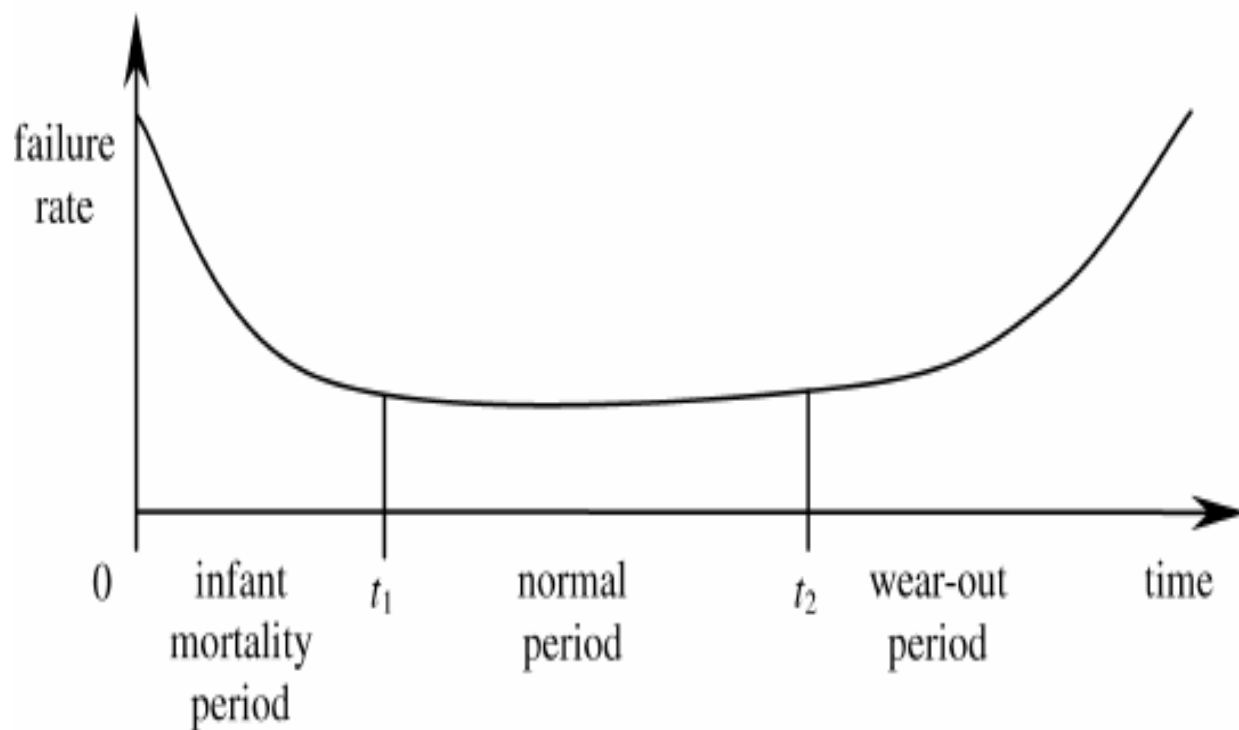
Abstract

- 最佳預燒時間是為了**最小化總平均成本**，而此成本包含預燒所產生的**製造成本**與**累積保固成本**。當考量一有累積保固的產品，在早夭期有高失效率時，預燒是為了排除早期產品的失效率。預燒後，產品後期壽命分配與累積保固成本則視預燒時間而定。**預燒時間越長，保固成本越低，但製造成本卻越高。**
- 此篇研究提供一個方法以獲得一個預燒與累積保固的總平均成本。並對此成本做最佳預燒時間分析。

Literature review

作者	年代	發現
Kececioglu, D.B. and Sun, F.	1997	在其研究中都證實預燒測試的發展大約起始於1950初期。
Kuo, W. and Kuo, Y.	1983	
Block, H.W. and Savits, T.H.	1997	
Leemis, L.M. and Beneke, M.	1990	
Nguyen and Murthy	1982	提出產品在有保固政策下最佳預燒時間模型，並指出產品在使用最初期有較高的失效率，預燒可以減少保固成本的支出。
Mi, J.	1997, 1999	預燒的最佳時間 $\leq t_1$ (早夭期最遲點)
Monga, A. and Zio, M.J.	1998	串並聯系統的可靠度設計研究，考慮預燒、保固、維修。提出整個系統的壽命，其成本有預燒、保固、預防維護、維修。並找到了系統設計的最佳值：預燒時間、預防維護間隔、更換時間。
Kar, T.P. and Nachlas, J.A.	1997	提出一保固與預燒模型以檢驗產品利潤的管理，最佳預燒時間與最小化成本。預燒與保固的策略，已達有較佳的產品績效管理。
Blischke, W.R. and Murthy, D.N.P.	1994	n 個保固產品的總保固時間 nt ，使用壽命 S_n 。若 $S_n \leq nt$ ，則執行免費置換。直到第一次失效時間加上服務時間 $\geq nt$ 為止。

■ 產品失效率成浴缸曲線





■ 考慮一個特殊保固政策：

Cumulative free replacement warranty
(Cumulative FRW)

n 個產品(物件)，每個產品保固時間為 T 。

當 $S_n < nT$ 時，一次一個執行免費更換。

直到第一次發生：

(全部失效產品與服務時間總和 $\geq nT$) 時，

可得到所謂的累積免費置換保固時間策略



■ 考慮預燒試驗：

針對一個不可維修產品的預燒時間 b ，所有新產品的測試都在相同條件下執行。

測試直到第一個產品在執行 b 時間的預燒動作之後，仍然能殘存下來。

則可以得到最佳預燒時間 b 。

$F(t)$	failure time cumulative distribution function
$f(t)$	failure time probability density function
$\bar{F}(t)$	survival function $= 1 - F(t)$
$r(t)$	hazard rate function $= f(t)/\bar{F}(t)$
b	burn-in time
$F_b(t)$	distribution function of product survived burn-in period $b = (F(b + t) - F(b))/\bar{F}(b)$
T	warranty period on individual item
$M(t)$	renewal function with interarrival time distribution $F(t)$
$M_b(t)$	renewal function with interarrival time distribution $F_b(t)$
$M_{CF}(t)$	expected number of replacement
$M_{CF,b}(t)$	expected number of replacement with burn-in period b

c_0	manufacturing cost per item without burn-in
c_1	fixed set-up cost of burn-in per item
c_2	cost of burn-in per item per unit time
c_3	shop replacement cost per failure during burn-in period, includes the manufacturing cost and set-up cost
c_4	extra replacement cost per failure during the warranty period
$h(b)$	random manufacturing cost incurred until the first item survives burn-in period
$v(b)$	expected manufacturing cost $= E[h(b)]$
$k_{CF}(n, b)$	warranty cost for a lot size n , and burn-in period b
$w_{CF}(n, b)$	mean warranty cost $= E[k_{CF}(n, b)]$
$C_{CF}(T, n)$	total mean cost with warranty period T , lot size n , without burn-in
$C_{CF}(T, n, b)$	total mean cost with warranty period T , lot size n , and burn-in period b

總平均成本模型

Total mean cost model

- 在沒有預燒下 Cumulative FRW的總保固成本模型為：

$$w_{CF}(T, n) = (c_0 + c_4)M_{CF}(nT)$$

where

$$M_{CF}(nT) = \sum_{j=0}^{\infty} F^{(n+j)}(nT)$$

■ 1. 平均預燒成本 Mean burn-in cost

$$v(b) = E[h(b)] = c_0 + c_1 + c_2 \frac{\int_0^b \bar{F}(t) dt}{\bar{F}(b)} + c_3 \frac{F(b)}{\bar{F}(b)}.$$

■ 2. 平均累積保固成本 Mean cumulative warranty cost

$$w_{CF,b}(T, n) = E[k_{CF,b}(T, n)] = (v(b) + c_4)M_{CF,b}(nT).$$



■ 3.總平均成本 Total mean cost

$$\begin{aligned} C_{CF}(T, n, b) &= n \times v(b) + w_{CF,b}(T, n) \\ &= n \times v(b) + (v(b) + c_4)M_{CF,b}(nT), \end{aligned}$$

■ 另外，考量無預燒狀態下的總平均成本

$$\begin{aligned} C_{CF}(T, n) &= n \times c_0 + w_{CF}(T, n) \\ &= n \times c_0 + (c_0 + c_4)M_{CF}(nT), \end{aligned}$$

■ (1)殘餘壽命的累積機率分配函數：

未執行預燒試驗 $\leq$ 執行預燒試驗

$$\bar{F}_{b_0}(t) \leq \bar{F}_{t_1}(t)$$

(2)失效率累積機率分配函數：

未執行預燒試驗 $\geq$ 執行預燒試驗

$$F_{b_0}(t) \geq F_{t_1}(t)$$

Numerical examples

1/4 指數分配型

- 指數累積機率分配函數

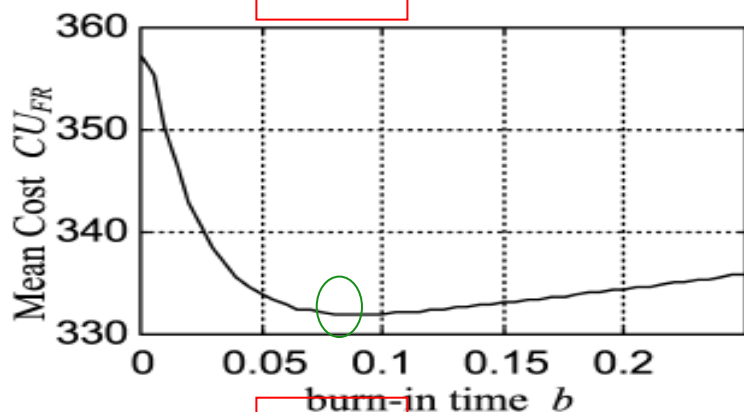
$$F(t) = p(1 - e^{-\lambda_1 t}) + (1 - p)(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

for $t \geq 0, 0 < p < 1$ and $\lambda_1, \lambda_2 > 0$.

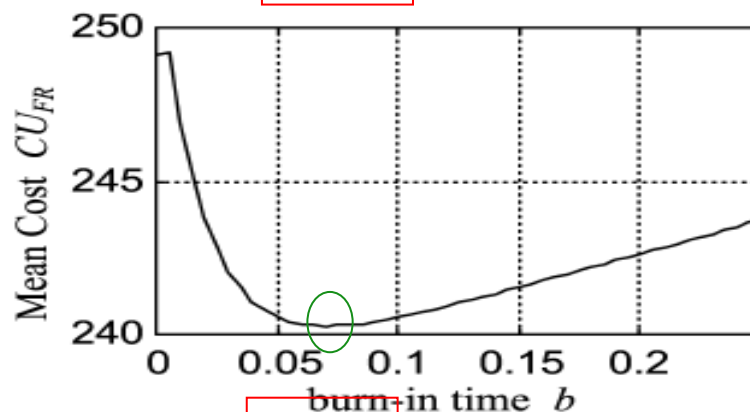
- 參數設定為 $p=0.2$, $\lambda_1=44$, $\lambda_2=0.1$
 $C_0=126$, $C_1=2$, $C_2=0.1$,
 $C_3=130$, $C_4=80$

數據圖如下

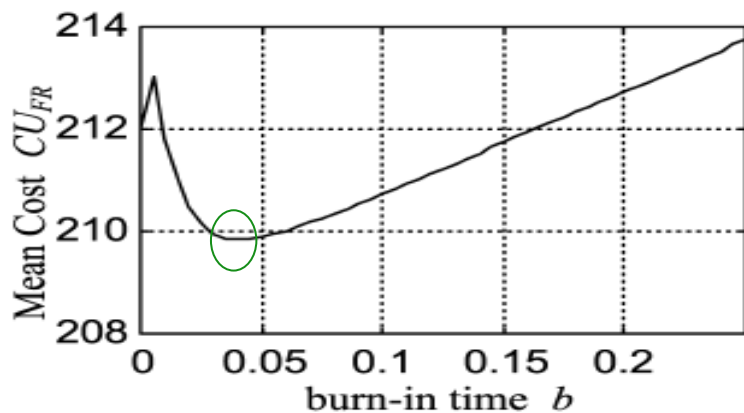
(a) $T = 7$, $n = 1$, $b^* = 0.0897$



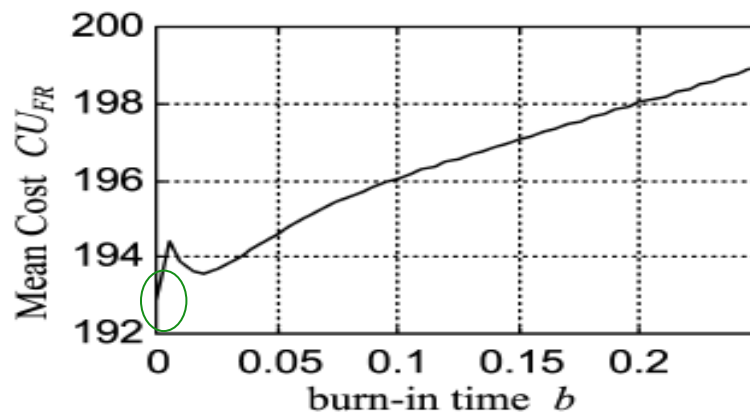
(b) $T = 7$, $n = 2$, $b^* = 0.0707$



(c) $T = 7$, $n = 3$, $b^* = 0.0411$



(d) $T = 7$, $n = 4$, $b^* = 0$



2/4 韋伯分配型

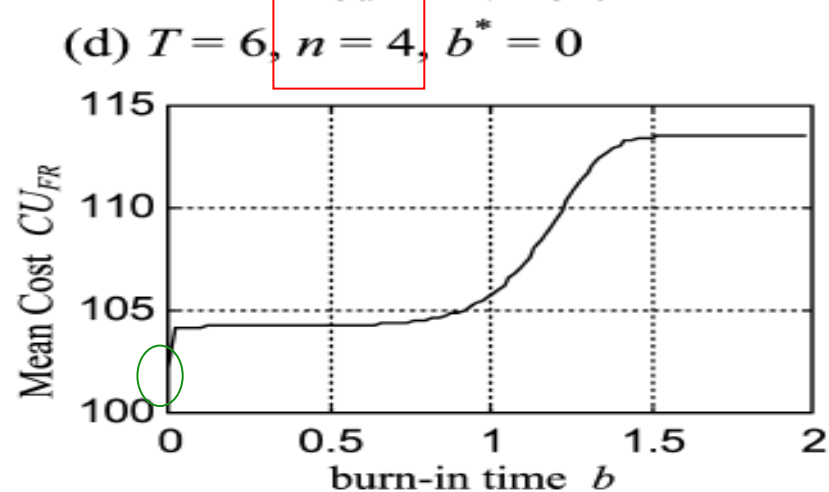
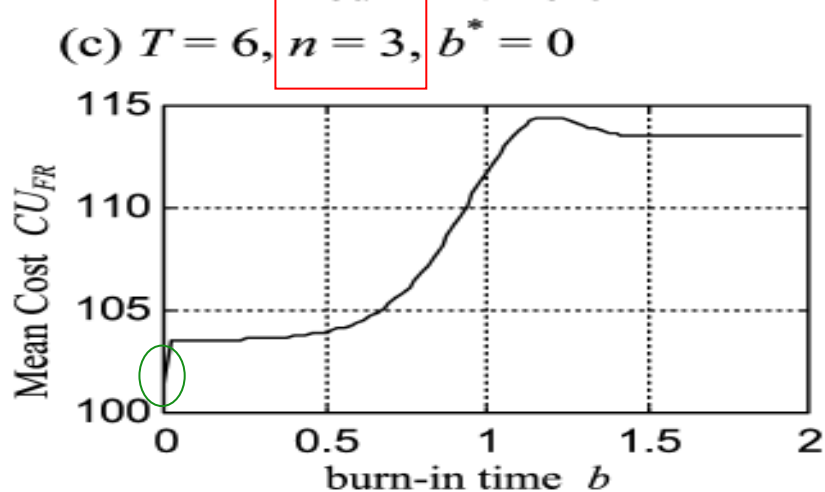
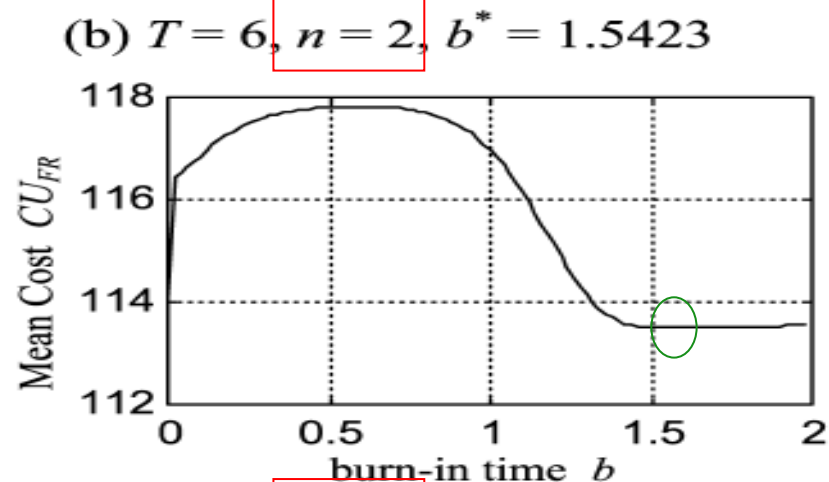
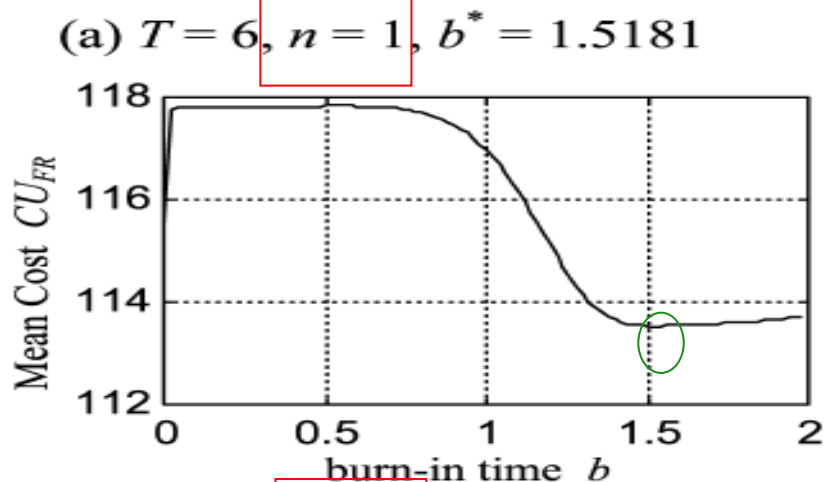
■ 韋伯累積機率分配函數

$$F(t) = p \left[1 - \exp \left(- (t/\alpha_1)^{\beta_1} \right) \right] + (1 - p) \\ \times \left[1 - \exp \left(- (t/\alpha_2)^{\beta_2} \right) \right]$$

with $0 \leq p \leq 1$.

$$\begin{array}{cccccc} \text{■} & P=0.1 & \alpha_1=1.2 & \alpha_2=8 & \beta_1=100 & \beta_2=30 \\ & C_0=100 & C_1=2 & C_2=0.1 & C_3=102 & C_4=40 \end{array}$$

數據圖如下



3/4 韋伯-指數分配型

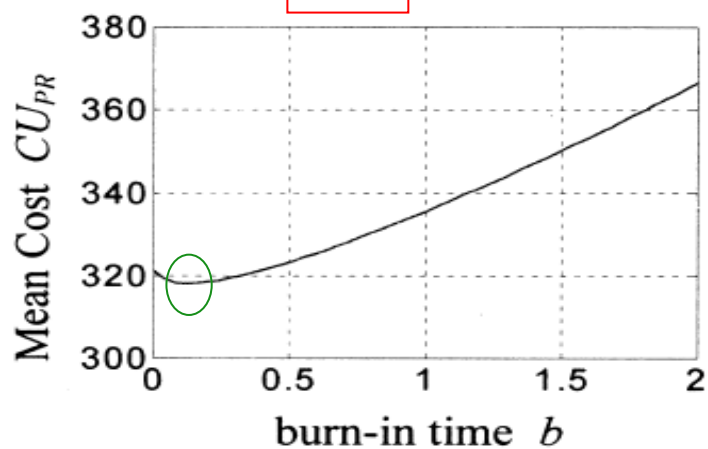
$$r(t) = \begin{cases} \beta(1/\alpha)^\beta t^{\beta-1} & 0 \leq t \leq t_1 \\ \beta(1/\alpha)^\beta t_1^{\beta-1} & t_1 \leq t, \end{cases}$$

■ $\alpha=12$ $\beta=0.55$ $t_1=2$ $C_0=126$ $C_1=1$

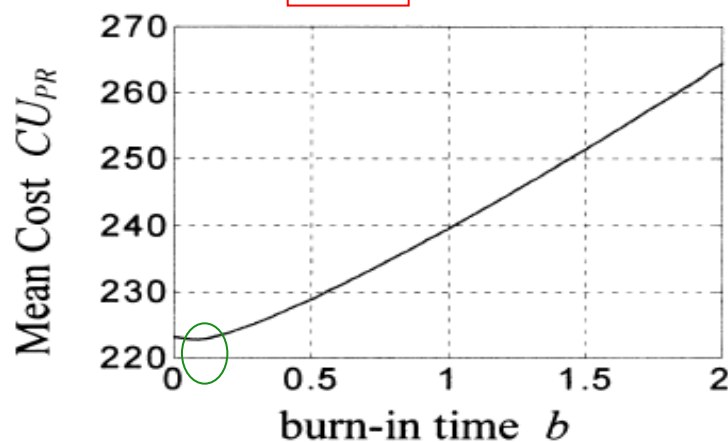
$C_2=0.01$ $C_3=127$ $C_4=95$

數據圖如下

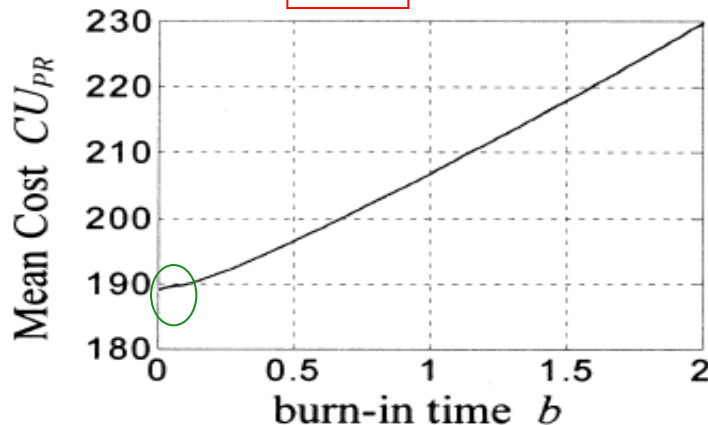
(a) $T = 8$, $n = 1$, $b^* = 0.1274$



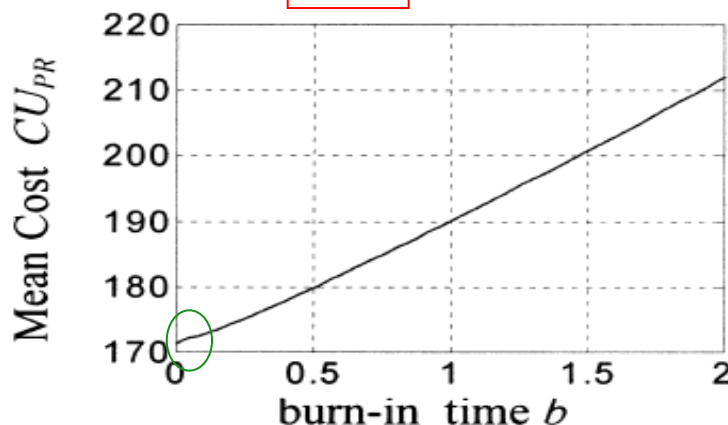
(b) $T = 8$, $n = 2$, $b^* = 0.0686$



(c) $T = 8$, $n = 3$, $b^* = 0.0398$



(d) $T = 8$, $n = 4$, $b^* = 0.0239$



4/4 韋伯-指數-韋伯分配型

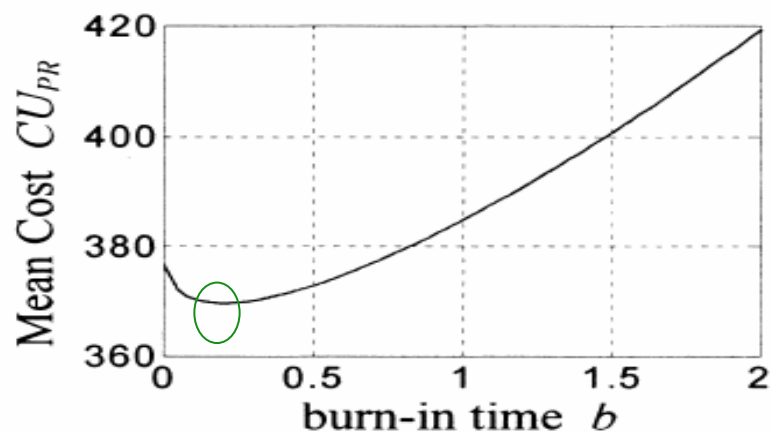
$$r(t) = \begin{cases} \beta_1(1/\alpha_1)^{\beta_1} t^{\beta_1-1} & 0 \leq t \leq t_1 \\ \beta_1(1/\alpha_1)^{\beta_1} t_1^{\beta_1-1} & t_1 \leq t < t_2 \\ \beta_1(1/\alpha_1)^{\beta_1} t_1^{\beta_1-1} + \beta_2(1/\alpha_2)^{\beta_2} (t - t_2)^{\beta_2-1} & t_2 \leq t \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 12 \quad \beta_1 = 0.55 \quad \beta_2 = 1/0.55$$

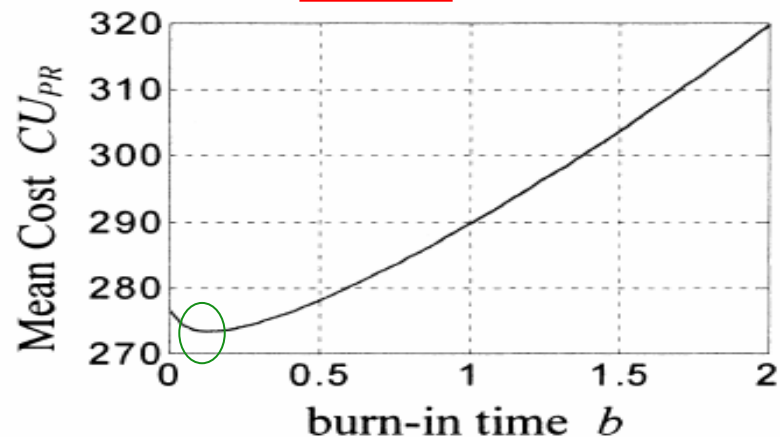
$$t_1 = 2 \quad t_2 = 8$$

數據圖如下

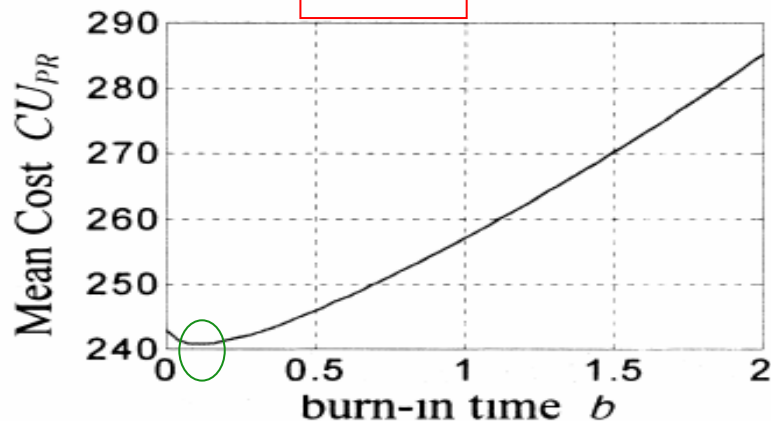
(a) $T = 8$, $n = 1$, $b^* = 0.1984$



(b) $T = 8$, $n = 2$, $b^* = 0.1272$



(c) $T = 8$, $n = 3$, $b^* = 0.1060$



(d) $T = 8$, $n = 4$, $b^* = 0.0931$

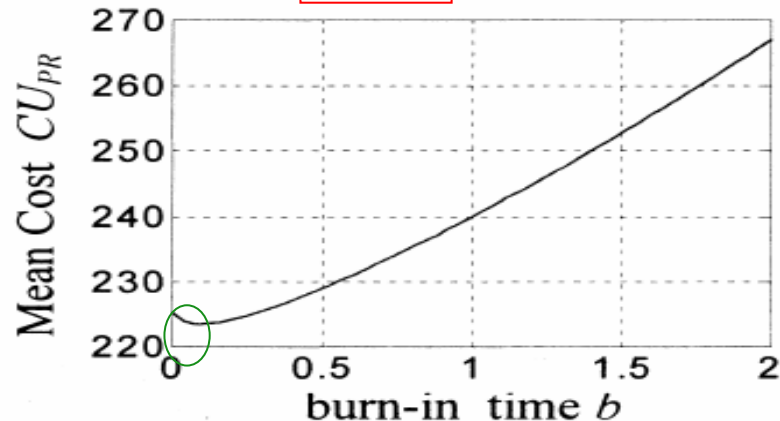




Table 1
Optimal burn-in-time, and per-item total mean cost for Weibull-exponential-Weibull case with $\alpha_1 = \alpha_2 = 12$, $\beta_1 = 0.55$, $\beta_2 = 1/0.55$, $t_1 = 2$ and $t_2 = 8$ when $c_0 = 100$, $c_1 = 1$, $c_2 = 0.01$, $c_3 = 102$, and $c_4 = 70$

		<i>n</i> = 1		<i>n</i> = 2		<i>n</i> = 3		<i>n</i> = 4	
		<i>b</i> *	<i>CU</i> _{FR}	<i>b</i> *	<i>CU</i> _{FR}	<i>b</i> *	<i>CU</i> _{FR}	<i>b</i> *	<i>CU</i> _{FR}
<i>T</i>	1	0.1013	144.7905	0.0000	109.4184	0.0000	103.2515	0.0000	101.7564
	2	0.1636	167.1283	0.0000	119.1756	0.0000	107.8769	0.0000	104.0556
	4	0.1715	207.7131	0.0124	144.0542	0.0000	124.7433	0.0000	116.0949
	6	0.1742	248.2421	0.0650	175.4177	0.0303	152.6116	0.0131	140.8109
	8	0.1727	288.8050	0.1080	214.3014	0.0887	189.0428	0.0772	175.7549
	10	0.1507	332.7030	0.1276	258.2180	0.1188	231.9296	0.1153	218.3473
	12	0.1408	380.1895	0.1330	304.9668	0.1286	278.5800	0.1271	265.1836

■ 考量最佳預燒與累積保固策略的模式下發現，調整測試的數量*n*比保固時間*T*要來的敏感。

Conclusions

- (1) 當考量在有最佳預燒時間與累積保固策略的模式下，要得到最小化總平均成本。就是要考慮產品在早夭期的失效率比成熟期高許多，而在此做預燒試驗，以減少製造成本。
- (2) 對於參數設定： C_i 值越大，預燒時間 b 越長。
- (3) 此模式適合用來作為軍用產品或者系統元件的一種參考策略。(批量生產式與高製造成本)



謝謝大家