



A synthetic control chart for monitoring process dispersion with sample standard deviation



作者：H. J. Huang, F. L. Chen

出處：Computers & Industrial Engineering 49 (2005) 221-240

報告者：郭秉裕

指導老師：童超塵 教授



Content

- Introduction
- Operation of the synthetic control chart for monitoring process dispersion
- Design of the synthetic control chart for monitoring process dispersion
- Average run length comparisons
- VSI schemes
- Conclusions and future directions

Keywords: Control chart; Conforming run length; Process dispersion
Variable sampling interval

Introduction (1/2)

- 關於製程偏移之監視方面，當製程變異增加所導致輸出結果分散時更顯為重要。Shewhart 樣本全距與樣本標準差管制圖為其基本工具，但缺點當監視製程變異性程度較小時，其監視效果不佳。
- “Synthetic”一詞其想法為結合兩種不同管制圖，一為對製程參數變化所感興趣之Shewhart管制圖，另一則為CRL管制圖。

Introduction (2/2)

■ 文獻回顧：

- Chang & Gan(1994)延伸Crowder & Hamilton's (1992)根據 $\ln S^2$ 之單邊EWMA之研究，並去探討反射界限(reflecting boundaries)對其影響。
- Acosta-Mejia等人(1999)分別指出經由概似比之CUSUM程序，在監視製程標準差有相似結果。
- Calzada等人(2001)結合 $\bar{X}$ 管制圖與CRL管制圖得到製程平均偏移優於 $\bar{X}$ 管制圖;而在中度以上則優於EWMA。
- Scariano & Calzada(2003)發展一針對監視製程平均指數型之綜合管制圖。

Operation of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (1/4)

S chart

■ 相關計算式：

When $\delta > 1$

$$Pr(S > k^+ \sigma_0 | \sigma = \delta \sigma_0) = Pr\left(\chi_{n-1}^2 > (n-1) \left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right) = 1 - F\left((n-1) \left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right) \quad (1)$$

$$ARL_S = \frac{1}{1 - F\left((n-1) \left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right)} \quad (2)$$

When $\delta < 1$

$$Pr(S < k^- \sigma_0 | \sigma = \delta \sigma_0) = Pr\left(\chi_{n-1}^2 < (n-1) \left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right) = F\left((n-1) \left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right) \quad (3)$$

$$ARL_S = \frac{1}{F\left((n-1) \left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right)} \quad (4)$$

Operation of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (2/4)

CRL chart

- 定義：由Bourke(1991)所提出，為兩不合格品間之合格品數目。
- 相關計算式：

$$E(CRL) = \frac{1}{p}$$

$$G(CRL) = 1 - (1 - p)^{CRL}, \quad CRL = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$ARL_{CRL} = \frac{1}{G(L-1)} = \frac{1}{1 - (1 - p)^{L-1}} \quad (6)$$

$$ANI = E(CRL)ARL_{CRL} = \frac{1}{p} \frac{1}{1 - (1 - p)^{L-1}} \quad (7)$$

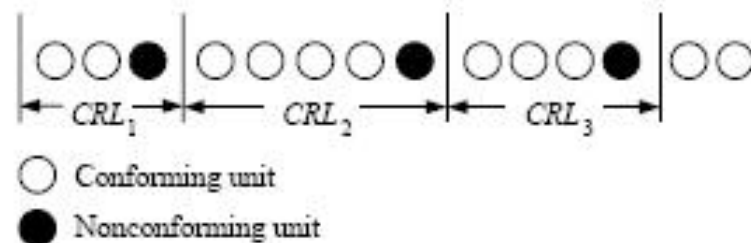
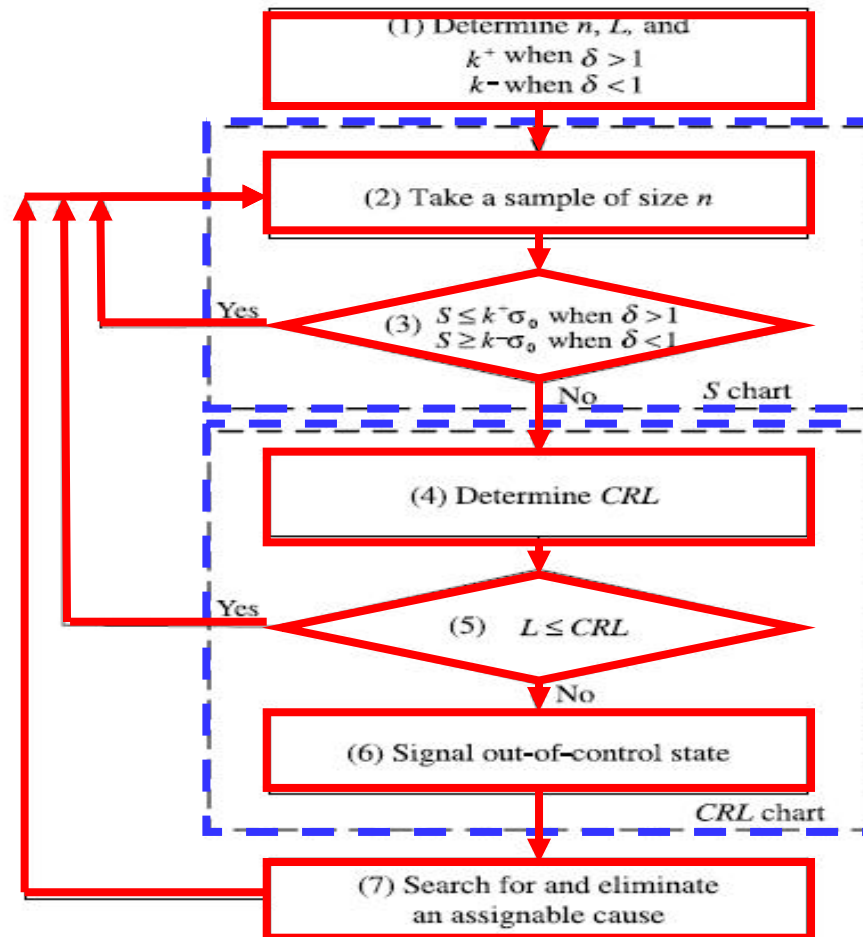


Fig. 1. Conforming run length.

Operation of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (3/4)

Synthetic control chart for monitoring process dispersion



當 $\delta > 1$ 且 $S > k^+ \sigma_0$ 或當 $\delta < 1$ 且 $S < k^- \sigma_0$ ，則此樣本視為合格品；否則為不合格品。

綜合管制圖中統計量 S 落於 S 管制圖之管制界限外機率，相當於 CRL 管制圖中不合格數比率 P ，故 CRL 管制圖僅需一下管制界限。

Fig. 2. The operation of the synthetic chart for monitoring process dispersion.

Operation of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (4/4)

- 符號定義： $N_S(/CRL)$ 表示綜合管制圖中 $S(/CRL)$ 落於 $S(/CRL)$ 管制圖之管制界限外，所需期望之樣本數。
- 管制外之ARL計算如下：

When $\delta > 1$

$$ARL = E(N_S)E(N_{CRL}) = \frac{1}{1 - F\left((n-1)\left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right)} \frac{1}{1 - F\left((n-1)\left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right)} L^{-1} \quad (9)$$

When $\delta < 1$

$$ARL = E(N_S)E(N_{CRL}) = \frac{1}{F\left((n-1)\left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right)} \frac{1}{1 - \left[1 - F\left((n-1)\left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right)\right]} L^{-1} \quad (10)$$

從操作流程與綜合管制圖之ARL可看出，當 L 趨向無窮大時，將縮減ShertwartS 管制圖中之參數 k^+ 或 k^- 。

Design of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (1/4)

- 原理：管制內之ARL應較大，以保持較低之錯誤警報率；管制外之ARL應較小，以便迅速監視製程變化。而綜合管制圖設計之軸心為，當 σ_0 改變為 $\delta_d\sigma_0$ ，在管制內之特定ARL值下，使管制外之ARL最小化。

Table 1
Sets of (L, k^+) and corresponding ARL for δ_d

給定條件：n = 10, $\delta_d = 1.4$, in-control ARL=200

(L, k^+)	ARL for δ_d
(2, 1.326)	3.602
(3, 1.370)	2.918
(4, 1.394)	2.713
(5, 1.410)	2.641
(6, 1.423)	2.624
(7, 1.433)	2.634
(8, 1.442)	2.656
(9, 1.449)	2.685
(10, 1.455)	2.717

Design of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (2/4)

Table 2
Optimal designs of synthetic charts when $\delta_d > 1$

$\frac{n}{5}$	n	$\hat{\sigma}_d$	200^a		
5	5	1.1	(30, 1.762) ^b , 42.05 ^c , 65.03 ^d		
		1.2	(18, 1.722), 15.54, 28.27		
		1.4	(10, 1.671), 5.00, 9.25		
		1.6	(7, 1.637), 2.78, 4.67		
		2.0	(5, 1.601), 1.61, 2.24		
		2.0	(3, 1.369),	(3, 1.408),	(4, 1.449),
15	n	$\hat{\sigma}_d$	200^a		
		5	0.9	(6, 0.374) ^b , 96.63 ^c , 133.34 ^d	
		0.8	(5, 0.386), 44.45, 85.13		
		0.7	(4, 0.401), 19.55, 51.55		
		0.5	(3, 0.423), 3.60, 15.30		
		0.3	(2, 0.465), 1.10, 3.13		
20	2.0	(3, 1.258), 1.01, 1.04	(3, 1.284), 1.01, 1.05	(3, 1.296), 1.01, 1.06	(3, 1.323), 1.02, 1.08

Table 3
Optimal designs of synthetic charts when $\delta_d > 1$

n	δ_d	200°	370	500	1000
5	0.9	(6, 0.374) ^b , 96.63 ^c , 133.34 ^d	(7, 0.335), 175.06, 245.62	(7, 0.322), 234.48, 331.36	(9, 0.282), 460.92, 660.76
	0.8	(5, 0.386), 44.45, 85.13	(6, 0.343), 78.23, 155.86	(6, 0.329), 103.51, 209.79	(8, 0.287), 198.55, 416.60
	0.7	(4, 0.401), 19.55, 51.55	(5, 0.354), 33.02, 93.56	(5, 0.339), 42.92, 125.51	(6, 0.300), 79.45, 247.74
	0.5	(3, 0.423), 3.60, 15.30	(3, 0.388), 5.25, 26.82	(4, 0.352), 6.40, 35.50	(4, 0.321), 10.33, 68.38
	0.3	(2, 0.465), 1.10, 3.13	(2, 0.426), 1.20, 4.88	(3, 0.372), 1.28, 6.17	(3, 0.338), 1.50, 10.92
10	0.9	(9, 0.551), 54.16, 91.07	(12, 0.515), 93.86, 164.63	(14, 0.499), 123.19, 220.27	(20, 0.463), 231.76, 431.79
	0.8	(6, 0.570), 15.44, 39.47	(8, 0.531), 24.54, 69.12	(9, 0.515), 30.98, 91.22	(12, 0.480), 53.64, 173.94
	0.7	(5, 0.579), 5.01, 16.38	(5, 0.552), 7.14, 27.42	(6, 0.532), 8.57, 35.49	(7, 0.500), 13.30, 65.05
	0.5	(3, 0.609), 1.20, 2.80	(3, 0.581), 1.31, 3.97	(3, 0.568), 1.39, 4.77	(3, 0.539), 1.61, 7.52
	0.3	(2, 0.642),	(2, 0.612),	(2, 0.597),	(2, 0.567), 1.00, 1.21
370		500	1000		
(7, 0.335),		(7, 0.322),	(9, 0.282),		140.27, 309.93
175.06, 245.62		234.48, 331.36	460.92, 660.76		(11, 0.578), 2300, 90.78
(6, 0.343),		(6, 0.329),	(8, 0.287),		(6, 0.598), 5.10, 25.67
78.23, 155.86		103.51, 209.79	198.55, 416.60		(3, 0.627), 1.09, 2.46
(5, 0.354),		(5, 0.339),	(6, 0.300),		(2, 0.650), 1.00, 1.00
33.02, 93.56		42.92, 125.51	79.45, 247.74		(22, 0.617), 94.24, 235.57
(3, 0.388),		(4, 0.352),	(4, 0.321),		(9, 0.641), 12.61, 54.25
5.25, 26.82		6.40, 35.50	10.33, 68.38		(5, 0.659), 2.88, 12.93
(2, 0.426),		(3, 0.372),	(3, 0.338),		(3, 0.678), 1.01, 1.44
1.20, 4.88		1.28, 6.17	1.50, 10.92		(2, 0.699),
	0.3	(2, 0.755),	(2, 0.732),	(2, 0.722),	

a: In-control ARL b: (L, K^+)
c: ARL for δ_d d: ARL_s for δ_d

Design of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (3/4)

■ 最佳設計程序如下：

1. 給定 n ， δ_d 和管制內之 ARL。
2. $L = 2$ 開始。
3. 當 $\delta_d > 1$ 時，以 $\delta = 1$ ，由式(9)等於管制內之 ARL 求解 k^+ ；當 $\delta_d < 1$ 時，以 $\delta = 1$ ，由式(10)等於管制內之 ARL 求解 k^- 。
4. 當 $\delta_d > 1$ 時，以目前之 L 、 $\delta = \delta_d$ 和 k^+ ，由式(9)重新計算 ARL；當 $\delta_d < 1$ 時，以目前之 L 、 $\delta = \delta_d$ 和 k^- ，由式(10)重新計算 ARL。

Design of the synthetic control chart for monitoring process dispersion (4/4)

5. 如果目前 δ_d 之 ARL 大於前一個，則進行下一步驟，否則須返回步驟3。
6. 取得上述 L 、 k^+ (或 k^-)即綜合管制圖之最佳設計參數。

Average run length comparisons (1/3)

- CP CUSUM管制圖由Acosta-Mejia(1990)所提出，其為架構在已知製程平均上，但本研究所有程序皆為未知製程平均下探討，故在此以樣本平均取代製程平均。
- 管制外之ARL計算方法：

The R/S chart(R/S)、the R/S chart with a warning line(WR/WS)、the modified R/S chart(MR/MS)、the synthetic chart based on R/S(Syn R/Syn S)：由其相關方法實際計算得。

The CUSUM chart based on R/S(CUSUM R/CUSUM S)、the CUSUM/EWMA chart based on $\ln S^2$ (CUSUM $\ln S^2$ /EWMA $\ln S^2$)、the CP CUSUM chart (CP CUSUM)：經由MATLAB模擬至少3000組連串數取得。

Average run length comparisons (2/3)

Table 4

Average run length comparison for dispersion charts when $n=5$ and $\delta_d=1.2$

δ	R ($k=4.886$)	MR ($k=3.655$)	MS ($k=1.462$)	S ($k=1.927$)	WR ($k=5.169, w=3.810$)	WS ($k=2.024, w=1.527$)	CUSUM $\ln S^2$ ($k=0.068, w=2.66$)	CUSUM R ($k=2.559, w=4.91$)	CUSUM S ($k=1.034, w=1.90$)	EWMA $\ln S^2$ ($\lambda=0.11, h=0.12$)	Syn R ($k=4.337, L=18$)	CP CUSUM ($k=1.193, h=17.57$)	Syn S ($k=1.722, L=18$)
1	200.01	200	200	200	200	200	199.72 (5.41)	200.03 (6.11)	199.63 (5.06)	200.29 (5.82)	200.01	199.6 (6.34)	200
1.1	68.69	67.27	64.74	65.03	62.07	58.95	42.94 (1.11)	40.33 (0.88)	38.89 (1.14)	38.17 (1.04)	45.38	38.7 (0.9)	42.62
1.2	30.7	30.65	29.03	28.27	26.53	24.62	18.13 (0.48)	17.53 (0.37)	16.93 (0.42)	16.88 (0.34)	16.85	16.41 (0.38)	15.54
1.3	16.53	17.21	16.22	15.04	14.16	13.02	10.72 (0.24)	10.79 (0.2)	10.36 (0.23)	10.53 (0.2)	8.76	9.79 (0.18)	8.09
1.4	10.2	11.18	10.55	9.25	8.82	8.1	7.59 (0.16)	7.77 (0.13)	7.48 (0.12)	7.76 (0.11)	5.64	6.92 (0.13)	5.25
1.5	6.95	8.06	7.63	6.32	6.13	5.65	5.95 (0.09)	6.14 (0.11)	5.86 (0.07)	6.18 (0.09)	4.12	5.32 (0.09)	3.86
2	2.4	3.5	3.39	2.24	2.33	2.2	3.18 (0.04)	3.12 (0.06)	2.99 (0.04)	3.44 (0.03)	1.85	2.52 (0.04)	1.77

Average run length comparisons (3/3)

Table 5

Average run length comparison for dispersion charts when $n=5$ and $\delta_d=0.8$

δ	R ($k=0.555$)	S ($k=0.227$)	$W R$ ($k=0.145, w=1.149$)	$M R$ ($k=1.150$)	$W S$ ($k=0.059, w=0.470$)	$M S$ ($k=0.470$)	$Syn R$ ($k=0.942, L=5$)	$Syn S$ ($k=0.386, L=5$)	CUSUM $\ln S^2$ ($k=0.43, h=5.49$)	CUSUM R ($k=2.093, h=4.32$)	EWMA $\ln S^2$ ($\lambda=0.10, h=0.69$)	CUSUM S ($k=0.846, h=1.70$)	CP CUSUM ($k=0.793, h=11.20$)
1	199.99	200	200	200	200	200	199.96	200	199.82 (6.37)	199.67 (5.85)	199.58 (5.28)	199.71 (5.7)	199.55 (5.82)
0.9	133.42	133.34	101.67	101.57	101.24	101.15	96.9	96.63	47.08 (1.09)	45.21 (1.01)	45.08 (0.94)	44.61 (1.31)	43.03 (1.04)
0.8	85.25	85.13	49.95	49.87	49.48	49.41	44.75	44.45	18.99 (0.37)	17.26 (0.34)	17.18 (0.36)	16.92 (0.27)	16.62 (0.24)
0.7	51.68	51.55	23.93	23.89	23.56	23.52	19.81	19.58	10.75 (0.14)	9.92 (0.11)	9.13 (0.13)	9.65 (0.11)	9.75 (0.07)
0.6	29.37	29.24	11.41	11.39	11.16	11.15	8.58	8.43	7.13 (0.07)	6.87 (0.07)	5.87 (0.06)	6.68 (0.04)	7.07 (0.05)
0.5	15.41	15.3	5.64	5.63	5.49	5.48	3.82	3.74	5.17 (0.04)	5.25 (0.04)	4.11 (0.03)	5.11 (0.03)	5.7 (0.02)
0.1	1	1	1.85	2	1.85	2	1	1	1.9 (0.01)	3 (0.00)	1.32 (0.01)	3 (0.00)	4 (0.00)

由表四與表五可看出，Syn R與Syn S監視製程標準差增加之能力皆優於製程標準差減少之能力。

VSI schemes (1/12)

Description of VSI schems

- 原理：當目前樣本顯示製程發生潛在變化時，即樣本統計量落於接受域之外側(outer part)，則與下一樣本之抽樣間隔應較原有固定抽樣間隔短；顯示無發生變化時，即落於接受域之內側(inner part)，則與下一樣本之抽樣間隔應較長。
- 符號定義： t_f 表示初始抽樣間隔長度，介於製程開始和第一個S樣本點間。 $T_S(T_{CRL})$ 表示在綜合管制圖顯示訊號前，樣本統計量S(CRL)決定抽樣間隔長度。

VSI schemes (2/12)

■ 模式：

● 樣本統計量S所決定之VSI計畫

When $\delta > 1$

$$T_S = \begin{cases} a, & \text{if } 0 \leq S \leq w^+ \sigma_0 \\ b, & \text{if } w^+ \sigma_0 < S \leq k^+ \sigma_0 \end{cases}$$

When $\delta < 1$

$$T_S = \begin{cases} a, & \text{if } S \geq w^- \sigma_0 \\ b, & \text{if } k^- \sigma_0 \leq S < w^- \sigma_0 \end{cases}$$

a與b分別表示長與短之抽樣間隔，其中 $a > 1 > b > 0$

(11) (12)

● 樣本統計量CRL所決定之VSI計畫

$$T_{\text{CRL}} = \begin{cases} c, & \text{if } \text{CRL} \geq w \\ d, & \text{if } L \leq \text{CRL} < w \end{cases}$$

(13)

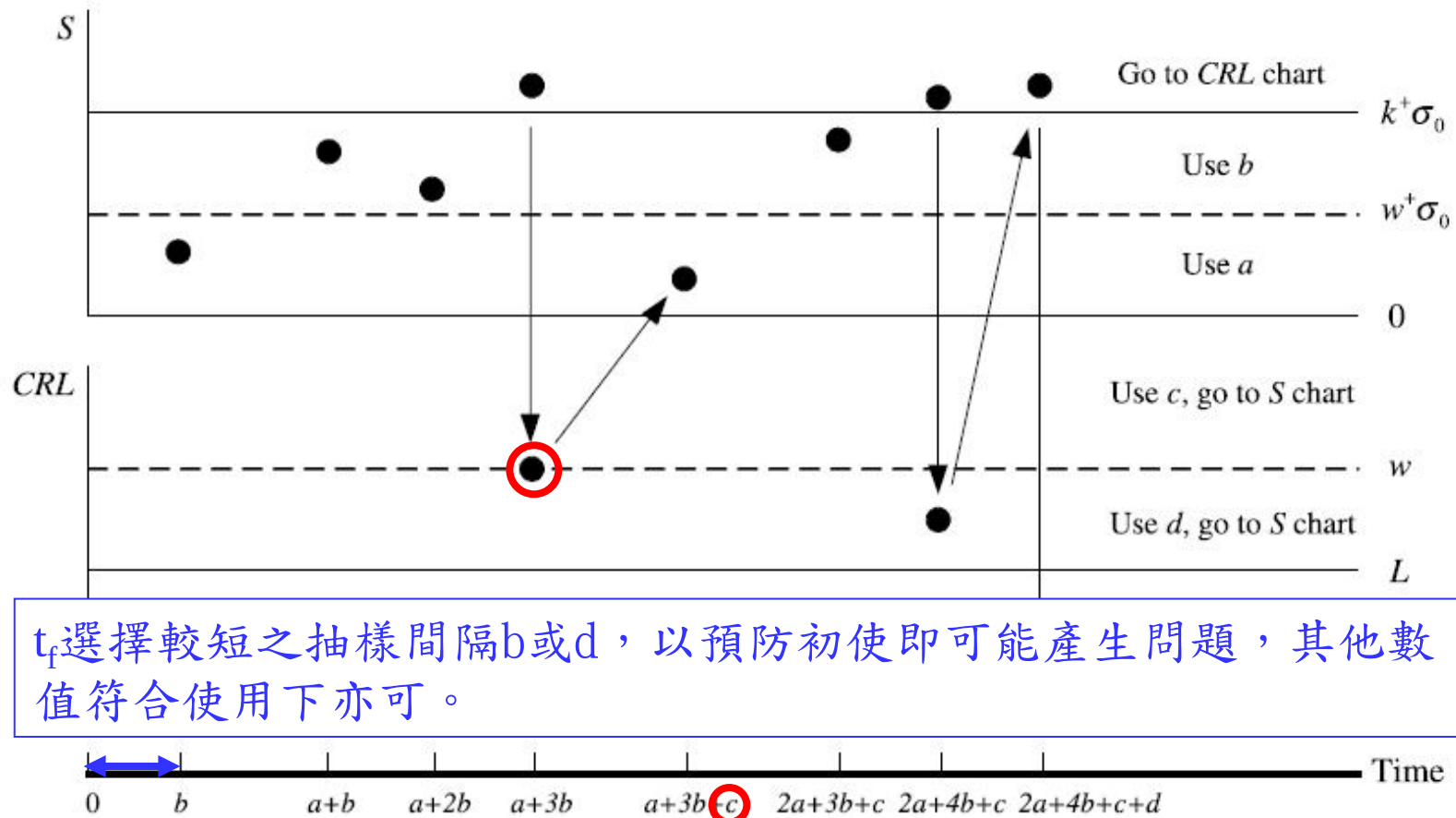
c與d分別表示長與短之抽樣間隔，其中 $c > 1 > d > 0$



VSI schemes (3/12)

- 綜合管制圖之抽樣間隔型式：
 - FSI S and FSI CRL scheme:
→ keep a, b, c, and d to be 1.
 - VSI S and FSI CRL scheme:
→ keep c and d to be 1 but vary a and b.
 - FSI S and VSI CRL scheme:
→ keep a and b to be 1 but vary c and d.
 - VSI S and VSI CRL scheme:
→ vary a, b, c, and d.

VSI schemes (4/12)



t_f 選擇較短之抽樣間隔 b 或 d ，以預防初使即可能產生問題，其他數
值符合使用下亦可。

Fig. 3. An example of VSI S and VSI CRL schemes.

VSI schemes (5/12)

給定條件：

$$\mu = 200, \sigma_0 = 0.5, \sigma_1 = 0.7$$

$$n = 10, \delta_d = 1.4, \text{in-control ARL} = 200$$

$$k^+ \sigma_0 = 0.8355, w^+ \sigma_0 = 0.4525, L = 10$$

$$b = d = 1, a = 19, c = 19.2, t_f = 10$$

Table 6
Simulated data for illustration

Sample number	Observed quantity of content in each bottle					S	CRL	抽樣間隔	累積時間
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5				
1	250.492	249.388	250.377	249.957	249.507	0.4972		1	10
2	249.875	249.963	249.489	250.126	250.251	0.2915		19	11
3	250.349	249.6	250.932	250.502	250.138	0.4897		1	30
4	250.112	249.356	250.155	249.814	249.583	0.3421		19	31
5	250.287	249.677	251.163	250.01	250.251	0.5518		1	50
6	250.372	251.192	249.568	249.784	249.988	0.6381		1	51
7	250.794	249.315	250.588	250.309	250.378	0.5702		1	52
8	249.376	250.054	249.627	250.325	250.535	0.4798		1	53
9	249.792	250.311	249.536	249.872	249.11	0.4423		19	54
10	249.734	249.854	249.756	250.893	250.136	0.4849		1	73
11	250.51	250.481	249.529	250.128	250.103	0.3959		19	74
12	250.361	249.66	249.679	250.467	250.517	0.4302		19	93
13	250.656	249.966	248.764	251.018	250.466	0.8747	13	1	112
14	250.148	249.704	250.323	249.788	249.905	0.2573		19	113
15	249.595	250.007	249.698	249.997	250.24	0.2596		19	132
16	248.932	250.185	249.814	249.64	250.012	0.4841		1	151
17	249.763	249.523	249.652	250.173	249.76	0.2435		19	152
18	250.351	249.021	249.443	249.363	250.56	0.6695		1	171
19	249.969	249.863	251.1	250.021	249.964	0.5157		1	172
20	251.608	249.094	250.555	249.87	249.997	0.9324	7	1	173

VSI schemes (6/12)

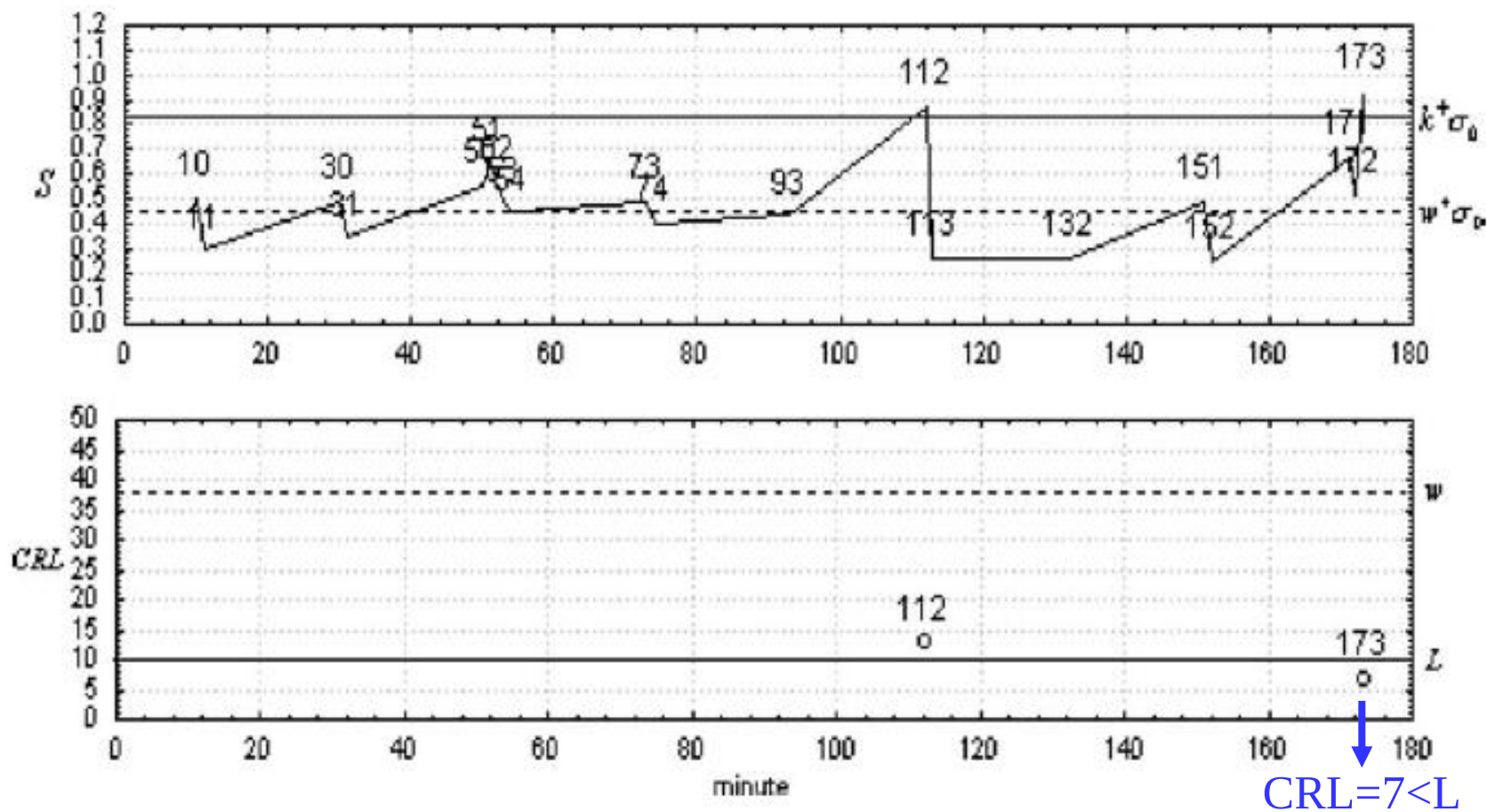


Fig. 4. The VSI scheme of the synthetic chart for simulated data.

VSI schemes (7/12)

Average time to signal

- 定義：綜合管制圖中監視一製程標準差變化所需之平均訊號顯示時間(ATS)。
- 式(9)或(10)綜合管制圖之ARL可重新表示為：

$$ARL = 1 + [E(N_S) - 1]E(N_{CRL}) + E(N_{CRL}) - 1 \quad (14)$$

其中：1表示初始抽樣間隔

$[E(N_S) - 1]E(N_{CRL})$ 表示根據樣本統計量S所決定之抽樣間隔期望數

$E(N_{CRL}) - 1$ 表示根據樣本統計量CRL所決定之抽樣間隔期望數

VSI schemes (8/12)

- 式(14)之ARL可轉換成ATS如下:

$$ATS = t_f + [E(N_S) - 1]E(N_{CRL})E(T_S) + [E(N_{CRL}) - 1]E(T_{CRL}) \quad (15)$$

When $\delta > 1$

$$\begin{aligned} E(T_S) &= \frac{a \Pr(S \leq w^+ \sigma_0) + b \Pr(w^+ \sigma_0 < S \leq k^+ \sigma_0)}{\Pr(S \leq k^+ \sigma_0)} \\ &= \frac{(a - b)F\left((n - 1)\left(\frac{w^+}{\delta}\right)^2\right) + bF\left((n - 1)\left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right)}{F\left((n - 1)\left(\frac{k^+}{\delta}\right)^2\right)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$E(T_{CRL}) = \frac{c \Pr(CRL \geq w) + d \Pr(L \leq CRL < w)}{\Pr(CRL \geq L)} \quad (17)$$

VSI schemes (9/12)

When $\delta < 1$

$$\begin{aligned} E(T_S) &= \frac{a \Pr(S \geq w^- \sigma_0) + b \Pr(k^- \sigma_0 \leq S < w^- \sigma_0)}{\Pr(S \geq k^- \sigma_0)} \\ &= \frac{(b - a)F\left((n - 1)\left(\frac{w^-}{\delta}\right)^2\right) - bF\left((n - 1)\left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right) + a}{1 - F\left((n - 1)\left(\frac{k^-}{\delta}\right)^2\right)} \end{aligned} \quad (18)$$

$$E(T_{\text{CRL}}) = \frac{c \Pr(\text{CRL} \geq w) + d \Pr(L \leq \text{CRL} < w)}{\Pr(\text{CRL} \geq L)} \quad (19)$$

因CRL具有memoryless property，故 $\delta > 1$ 之 $E(T_{\text{CRL}})$ 可簡化如下：

$$\begin{aligned} E(T_{\text{CRL}}) &= c \Pr(\text{CRL} > w - L) + d \Pr(\text{CRL} \leq w - L) \\ &= c[1 - G_1(w - L)] + dG_1(w - L) \end{aligned}$$

VSI schemes (10/12)

Comparing control charts

- 條件：綜合管制圖之四種抽樣間隔計畫必定在相同的 ARL 與管制內 ATS 進行比較。當製程為管制外，需相同之樣本數去顯示訊號；當管制內，則具有相同之平均抽樣頻率(average sampling rate)和錯誤警告率(false alarm rate)。
- 方式：
 - To have the same ARL: 不同計畫之 $E(N_s)$ 和 $E(N_{CRL})$ 需分別相等，即參數 L 和 $K^+(K^-)$ 亦分別相等。
 - To have the same in-control ATS: 在具有相同的 ARL 後，不同計畫之 $E(T_s)$ 和 $E(T_{CRL})$ 需分別等於 1。

VSI schemes (11/12)

- 當 $\delta > 1$ ，設定式(16)等於1(use $\delta = 1$)，計算得：

$$w^+ = \sqrt{\frac{1}{n-1} F^{-1} \left(\frac{(1-b)F((n-1)k^{+2})}{a-b} \right)} \quad (20)$$

$$w = G_1^{-1} \left(\frac{c-1}{c-d} \right) + L, \quad \text{where } G_1(\cdot) \text{ is with parameter } 1 - F((n-1)k^{+2}) \quad (21)$$

- 當 $\delta < 1$ ，設定式(18)等於1(use $\delta = 1$)，計算得：

$$w^- = \sqrt{\frac{1}{n-1} F^{-1} \left(\frac{a-1 + (1-b)F((n-1)k^{-2})}{a-b} \right)} \quad (22)$$

$$w = G_2^{-1} \left(\frac{c-1}{c-d} \right) + L, \quad \text{where } G_2(\cdot) \text{ is with parameter } F((n-1)k^{-2}) \quad (23)$$

VSI schemes (12/12)

- 因 $G_1(\cdot)$ 和 $G_2(\cdot)$ 為間斷型累積分配函數，其 w 值在式(21)或式(22)可能不存在，故可先給定 w 值與 $c(/d)$ ，再設定式(17)或式(19)等於1，求得另一 $d(/c)$ 。

$$c = \frac{1 - dG_1(w - L)}{1 - G_1(w - L)}, \quad \text{where } G_1(\cdot) \text{ is with parameter } 1 - F((n - 1)k^{+2}) \quad (24)$$

$$c = \frac{1 - dG_2(w - L)}{1 - G_2(w - L)}, \quad \text{where } G_2(\cdot) \text{ is with parameter } F((n - 1)k^{-2}) \quad (25)$$

Conclusions and future directions (1/3)

■ *Autocorrelation effects on the synthetic chart*

本研究對於監視製程變異性之綜合管制圖與其相關管制圖比較，所採取樣本皆為獨立，但有時序列相關可能存在。Amin, Schmid和Frank(1997)評估在自我相關下，Shewhart R和S管制圖對於ARL之執行能力，根據獨立樣本所建立之管制界限其管制易於偏離。

Conclusions and future directions (2/3)

■ *Case of individual observation :*

當觀察樣本無法合理分群 (rational subgroups)時，一般使用Shewhart移動全距管制圖(moving range chart)來監視製程變異性。而Acosta-Mejia & Pignatiello (1990)更提出以Markov chain為依據之近似法，來表達製程中移動全距。故可考慮結合MR chart之綜合管制圖來操作之。

Conclusions and future directions (3/3)

■ *Robustness of the synthetic chart to non-normality*

管制圖之設計通常建立在常態母體上，但過去經驗顯示非常態母體亦可能存在。Calzada & Scariano(2001)研究綜合管制圖對於非常態分配之穩健性並發現對違反常態假設下之管制圖具有適度穩健性。