



The sampling strategy of economic design of \bar{x} -bar control charts for non-normally distributed data under Weibull shock models



- 作者：**Li.Lun. Yeh***
- 出處：Department of Industrial Engineering and Engineering Management National Tsing Hua University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.
- 報告者：謝仁宇
- 指導老師：童超塵 教授

• Abstract (1/1)

- 三個參數，樣本大小、抽樣間隔、管制界限，可以決定 X-bar 管制圖監控製造過程。
- 固定抽樣間隔被廣為使用，因為它管理簡單
- 變異抽樣間隔(VSI)最近被證實以相當快速檢測大多數製程變化比固定抽樣間隔(FSI)的 X -bar 圖還快
- 這次調查是比較 X -bar 管制圖的經濟設計在非常態數據下 Weibull shock models 與各種抽樣方法。

- Content
 - Introduction
 - Burr分配
 - Type I and Type II error
 - 變動抽樣間隔與Weibull失效機制之經濟性設計
 - 固定抽樣間隔與Weibull失效機制之經濟性設計
 - Weibull失效機制之經濟性設計
 - 非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計
 - 敏感度分析
 - Conclusion
- *Keywords:* Six-sigma, process improvement, total quality management

• Introduction (1/4)

- Duncan是第一位於1956年提出以經濟性的方式進行 \bar{X} -bar管制圖的設計
- Duncan (1956) 提出成本模式，包括超出管制條件下的成本，警報，尋找可歸屬的原因，抽樣的成本，檢查，評估和繪圖
- Duncan (1956) 提出了經濟設計模型管制圖在固定長度的抽樣間隔
- Chiu (1975)還考慮了固定抽樣間隔 (FSI) 計劃經濟設計模型管制圖



- Introduction (2/4)

- Banerjee and Rahim (1988) 確定抽樣間隔是變動的而不是固定的
- Bai and Lee(1998)也提出了一個X-bar管制圖在VSI的經濟模型。假設數據為常態分配。

• Introduction (3/4)

- 1. 製程停留在管制狀態內的時間長度呈指數隨機變數的分配，電子產品的零組件、機械設備或機台，指數分配就不是一個適合製程失效機制的假設
- 2. 製程失效機制的假設前提是在不同的時間區間內，其危險函數(Hazard function)保持固定
- 3. 管制圖經濟設計為了方便估計所需的抽樣間隔時間，使用的是固定抽樣區間方式
- 4. 樣本組內的數據分佈與樣本統計量呈現常態分配
- 5. 當製程發生異常時，除非找到可歸原因才會停止生產

• Burr分配

- Burr開發Burr分配描述各種非常態分配。
- 1942年，這項調查說明了各種非常態分配與Burr分配。
- Burr distribution的機率密度函數的數學表達式為

$$f(y) = \frac{cky^{c-1}}{(1+y^c)^{k+1}} \quad \text{for } y \geq 0; c \geq 1, k \geq 1 \quad (9)$$
$$= 0 \quad \text{for } y < 0$$

- Burr distribution的累積分配函數的數學表達式定義為

$$F(y) = 1 - \frac{1}{(1+y^c)^k} \quad \text{for } y \geq 0; c \geq 1, k \geq 1 \quad (10)$$
$$= 0 \quad \text{for } y < 0$$

- 其中c和k為Burr distribution的偏態係數和峰態係數。

- Type I and Type II error (1/4)

- 非常態X bar管制圖的型I與型II誤差模式之建構

Burr將經驗分配的偏態係數與峰態係數轉換成Burr分配之偏態係數與峰態係數

從Burr分配之偏態係數與峰態係數得到Burr分配之平均值與標準差分別建構如下

| Distribution | Design parameters | | | Outcome | | |
|---------------------------------------|-------------------|----------|--------|----------|-----------|----------|
| | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| # Burr distribution ($c=5, k=6$) | 20 | 5.4712 | 1.4670 | 0.1428 | 0.7798 | 324.7473 |
| # Normal distribution | 20 | 5.4820 | 1.4539 | 0.1460 | 0.7813 | 324.76 |
| * Burr distribution ($c=5, k=6$) | 25 | (1.8172) | 1.4660 | 0.1430 | 0.8480 | 364.7760 |
| * Normal distribution | 25 | (1.8187) | 1.4594 | 0.1445 | 0.8510 | 364.46 |

: It represents using the variable sampling interval method.

* : It represents using the constant sampling interval method.



- Type I and Type II error (2/4)

| Design parameters | | | outcome | | |
|-------------------|--------|--------|----------|-----------|----------|
| n | h_1 | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| 19 | 5.4943 | 1.3798 | 0.1620 | 0.7786 | 325.3577 |
| 20 | 5.5215 | 1.3960 | 0.1569 | 0.7918 | 325.0654 |
| 21 | 5.5475 | 1.4118 | 0.1521 | 0.8044 | 324.8717 |
| 22 | 5.5750 | 1.4268 | 0.1476 | 0.8164 | 324.7676 |
| 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 324.7452 |
| 24 | 5.6254 | 1.4578 | 0.1386 | 0.8380 | 324.7976 |
| 25 | 5.6504 | 1.4737 | 0.1342 | 0.8477 | 324.9185 |
| 26 | 5.6745 | 1.4885 | 0.1302 | 0.8571 | 325.1026 |
| 27 | 5.6993 | 1.5038 | 0.1261 | 0.8659 | 325.3446 |
| 28 | 5.7233 | 1.5186 | 0.1222 | 0.8742 | 325.6403 |
| 29 | 5.7465 | 1.5335 | 0.1184 | 0.8820 | 325.9856 |
| 30 | 5.7800 | 1.5350 | 0.1181 | 0.8924 | 326.3824 |
| 31 | 5.7919 | 1.5627 | 0.1113 | 0.8964 | 326.8104 |
| 32 | 5.8159 | 1.5765 | 0.1080 | 0.9031 | 327.2836 |

Note: To use the variable sampling interval method in Table 3.



• Type I and Type II error (3/4)

- 在這調查計算Burr 分配 在非常態的數據
- 應用Burr分配建構非常態下X-bar管制圖的型 I 誤差時，其型I誤差數學式可表示為：

$$\alpha = \Pr(\bar{X} > UCL) + \Pr(\bar{X} < LCL) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \Pr\left(\bar{X} > \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) + \Pr\left(\bar{X} < \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr\left(\mu_0 + (Q - M) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} > \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) + \Pr\left(\mu_0 + (Q - M) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr(O > M + LS) + \Pr(O < M - LS) \\ &= 1 + \frac{1}{\left[1 + (M + LS)^c\right]^k} - \frac{1}{\left[1 + (M - LS)^c\right]^k} \end{aligned} \quad (15)$$

• Type I and Type II error (4/4)

- 在這調查計算Burr分配在非常態的數據
- 應用Burr分配建構非常態下X-bar管制圖的型II誤差時，其型II誤差數學式可表示為：

$$\begin{aligned}\beta &= \Pr\left(\mu_0 - L\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq \mu_0 + L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr\left(\mu_0 - L\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu_0 + \delta\sigma + (Q - M)\frac{\sigma/\sqrt{n}}{S} \leq \mu_0 + L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Pr(M - LS - S\delta\sqrt{n} \leq Q \leq M + LS - S\delta\sqrt{n}) \\ &= \frac{1}{\left[1 + (M - LS - S\delta\sqrt{n})^c\right]^K} - \frac{1}{\left[1 + (M + LS - S\delta\sqrt{n})^c\right]^K}\end{aligned}\tag{19}$$

變動抽樣間隔與Weibull失效機制之經濟性設計 (1/3)

■ 相關假設如下

1. 製程停留在管制狀態內的時間為Weibull分配
2. 對於此模式的抽樣方式是在 (h_1+h_2) , $(h_1+h_2+h_3)$ 等去抽取隨機樣本大小為 n 的樣本
3. 當尋找可歸屬原因或修理發生時將停止生產
4. 抽樣與將樣本平均數的值標記在管制圖時所花費的時間是假設被忽略的
5. 決定抽樣間隔的數學式如下

$$h_i = \left[i^{1/\omega} - (i-1)^{1/\omega} \right] h_1$$

並且必須符合兩個基本假設，分別是

$$h_1 \geq h_2 \geq h_3 \geq \dots \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^m h_j = \infty$$

• 變動抽樣間隔與 Weibull 失效機制之經濟性設計 (2/3)

6. 在 Banerjee 和 Rahim (1988) 成本模式中將製程分成四種狀態

- (a) 製程發生管制外時有警報產生
- (b) 製程發生管制外時沒有警報產生
- (c) 製程在管制內時沒有警報產生
- (d) 製程在管制內時有假警報產生。

7. Banerjee 和 Rahim (1988) 成本模式，其成本函數可以被定義為

$$F(n, h_1, L) = \frac{E(C)}{E(T)}$$

$$E(T) = Z_1 + \alpha Z_0(1-p)/p + h_1 p A(1-p) \\ + \beta h_1 p [pA(1-p) - (1-\beta)A(\beta)] / (1-p-\beta)$$

$$E(C) = (a+bn)[\beta/(1-\beta) + 1/p] + \alpha Y(1-p)/p + p[D_0 - D_1](1/\lambda)^{1/\omega} \Gamma(1+1/\omega) \\ + D_1 h_1 p(1-p)A(1-p) + \beta h_1 D_1 p [pA(1-p) - (1-\beta)A(\beta)]$$

$$A(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (1+\nu)^{1/\omega} x^\nu \quad p = 1 - \exp(-\lambda h_1^\omega)$$

• 變動抽樣間隔與Weibull失效機制之經濟性設計(3/3)

時間參數

Z_0 = 預期搜索時間可歸屬為假警報

Z_1 = 預期搜索時間和維修時間在如果檢測到故障

成本參數

D_0 = 每小時造成生產的不合格項目時的預算費用在in control過程

D_1 = 每小時造成生產的不合格項目時的預算費用在out of control過程

W = 找出可歸屬的原因和修復程序的預期成本(包括成本的停機時間)

Y = 假警報的預期成本(包括搜索成本, 如果生產停止在搜索期間的停工期)

a = 每個樣本的固定成本

b = 每單位的抽樣成本

Weibull 分配參數

λ = 尺度參數

ω = 型態參數

• 固定抽樣間隔與Weibull失效機制之經濟性設計

■ 成本函數可以被定義為：

$$F(n, h, L) = \frac{E(C)}{E(T)}$$

$$E(T) = hQ + Z_1 + \frac{h}{(1-\beta)^{\alpha}} Z_0 Q$$

$$E(C) = (a+bn)(Q+1) + (D_0 - D_1)\tau + W + (a+bn)\frac{\beta}{1-\beta} + D_1 h \frac{\beta}{1-\beta} + D_0 h Q + \alpha Y Q + D_1 h$$

$$Q = \sum_{j=1}^{\infty} \exp(-\lambda j^{\omega} h^{\omega})$$

$$\tau = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/\omega} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\omega}\right) - hQ$$

- Weibull失效機制之經濟性設計
- 建構Weibull失效機制之經濟性設計

此階段將分別以Banerjee和Rahim (1988) 與Rahim和Banerjee (1993) 所提出之成本模式針對固定抽樣間隔與變動抽樣間隔的方式建立Weibull分配失效機制之 \bar{X} 管制圖經濟設計模型

非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計(1/5)

■ 數據案例之描述

該案例是由幾個主要參數所構成的，分別是
時間參數

($Z_0=0.25$ 小時； $Z_1=1.00$ 小時)

成本參數

($D_0=\$50.00$ ； $D_1=\$950.0$ ； $W=\$1100.00$ ； $Y=\$500.00$ ；
 $a=\$20.00$ ；
 $b=\$4.22$)

製程參數

($\delta=0.50$ ； $\lambda=0.002$ ； $\omega=3.0$)

非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計(2/5)

■ 應用Burr and Normal 分配於管制圖經濟性設計之比較

| Method | Design parameters | | | Outcome | | |
|-------------------------------------|-------------------|--------|--------|----------|-----------|----------|
| | n | h_1 | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| Burr distribution ($c=5, k=6$) | 20 | 5.4712 | 1.4670 | 0.1428 | 0.7798 | 324.7473 |
| Normal distribution | 20 | 5.4820 | 1.4539 | 0.1460 | 0.7813 | 324.76 |

非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計(3/5)

■ 變動抽樣間隔下之非常態管制圖經濟性設計結果($c=3, k=6$)

| Design parameters | | | Outcome | | |
|-------------------|--------|--------|----------|-----------|----------|
| n | h_1 | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| 19 | 5.4943 | 1.3798 | 0.1620 | 0.7786 | 325.3577 |
| 20 | 5.5215 | 1.3960 | 0.1569 | 0.7918 | 325.0654 |
| 21 | 5.5475 | 1.4118 | 0.1521 | 0.8044 | 324.8717 |
| 22 | 5.5750 | 1.4268 | 0.1476 | 0.8164 | 324.7676 |
| 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 324.7452 |
| 24 | 5.6254 | 1.4578 | 0.1386 | 0.8380 | 324.7976 |
| 25 | 5.6504 | 1.4737 | 0.1342 | 0.8477 | 324.9185 |
| 26 | 5.6745 | 1.4885 | 0.1302 | 0.8571 | 325.1026 |
| 27 | 5.6993 | 1.5038 | 0.1261 | 0.8659 | 325.3446 |
| 28 | 5.7233 | 1.5186 | 0.1222 | 0.8742 | 325.6403 |
| 29 | 5.7465 | 1.5335 | 0.1184 | 0.8820 | 325.9856 |
| 30 | 5.7800 | 1.5350 | 0.1181 | 0.8924 | 326.3824 |
| 31 | 5.7919 | 1.5627 | 0.1113 | 0.8964 | 326.8104 |
| 32 | 5.8159 | 1.5765 | 0.1080 | 0.9031 | 327.2836 |

非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計(4/5)

■ 固定抽樣間隔下之非常態管制圖經濟性設計結果 ($c=3, k=6$)

| Design parameters | | | Outcome | | |
|-------------------|--------|--------|----------|-----------|----------|
| n | h_1 | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| 20 | 1.7356 | 1.3136 | 0.1840 | 0.8176 | 365.8192 |
| 21 | 1.7652 | 1.3298 | 0.1784 | 0.8292 | 365.0467 |
| 22 | 1.7922 | 1.3475 | 0.1725 | 0.8397 | 364.4161 |
| 23 | 1.8215 | 1.3625 | 0.1676 | 0.8502 | 363.9155 |
| 24 | 1.8490 | 1.3797 | 0.1620 | 0.8594 | 363.5338 |
| 25 | 1.8760 | 1.3953 | 0.1572 | 0.8685 | 363.2617 |
| 26 | 1.9037 | 1.4108 | 0.1524 | 0.8771 | 363.0905 |
| 27 | 1.9297 | 1.4267 | 0.1476 | 0.8849 | 363.0125 |
| 28 | 1.9563 | 1.4428 | 0.1429 | 0.8923 | 363.0207 |
| 29 | 1.9820 | 1.4590 | 0.1383 | 0.8991 | 363.1089 |
| 30 | 2.0065 | 1.4745 | 0.1340 | 0.9057 | 363.2714 |
| 31 | 2.0300 | 1.4897 | 0.1298 | 0.9120 | 363.5029 |
| 32 | 2.0583 | 1.5050 | 0.1258 | 0.9178 | 363.7987 |
| 33 | 2.0183 | 1.5215 | 0.1215 | 0.9230 | 364.1543 |

非常態資料與Weibull失效機制之經濟性設計(5/5)

- 不同的抽樣間隔方式於非常態分配x-bar管制圖經濟性設計之比較

| Method | Design parameters | | | Outcome | | |
|----------------------------|-------------------|----------|--------|----------|-----------|----------|
| | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ECT |
| Variable sampling interval | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 324.7452 |
| Fixed sampling interval | 27 | (1.9297) | 1.4267 | 0.1476 | 0.8849 | 363.0125 |

敏感度分析(1/15)

時間參數的影響在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

Z_0 增加：

- 採用變動抽樣間隔
 n 、 h_1 、ATS、ECT、L都稍微下降
- 採用固定長度的抽樣間隔
 n 、 h 、ECT、ATS、L都稍微下降

Z_1 增加：

- 採用變動抽樣間隔
 n 和L增加，但是 h_1 、ATS、ECT都下降
- 採用固定長度的抽樣間隔
 n 和L增加，但是 h 、ATS、ECT都下降

敏感度分析(2/15)

| | Design parameters | | | | outcome | | | |
|-------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|------------|
| | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT | |
| Z_0 | 0.025 | 24 | 5.6545 | 1.5004 | 0.1270 | 0.8256 | 6.8490 | 327.2606 |
| | | (29) | (1.9792) | (1.5168) | (0.1227) | (0.8860) | (2.2339) | (366.6155) |
| | 0.25 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 0.5 | 21 | 5.5447 | 1.3348 | 0.1767 | 0.8278 | 6.6981 | 321.3517 |
| | | (25) | (1.8822) | (1.3105) | (0.1851) | (0.8892) | (2.1167) | (357.9822) |
| Z_1 | 0.1 | 22 | 5.6445 | 1.4145 | 0.1513 | 0.8201 | 6.8827 | 360.1244 |
| | | (27) | (2.0028) | (1.4145) | (0.1513) | (0.8878) | (2.2559) | (401.2764) |
| | 1.0 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 1.0 | 24 | 5.3754 | 1.5027 | 0.1264 | 0.8249 | 6.5164 | 163.2843 |
| | | (29) | (1.7169) | (1.5065) | (0.1254) | (0.8884) | (1.9326) | (184.8900) |

() represented utilizing fixed-length sampling interval scheme

敏感度分析(3/15)

時間參數的影響和過程平均數變化在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

D_0 增加：

- 採用變動抽樣間隔

ECT、 h_1 、ATS都增加， n 、 L 都下降

- 採用固定長度的抽樣間隔

h 、ECT、ATS都增加， L 下降， n 為穩態

D_1 增加：

- 採用變動抽樣間隔

n 、ECT、 L 和抽樣間隔頻率都增加，但是ATS下降

- 採用固定長度的抽樣間隔

n 、ECT、 L 和抽樣間隔頻率都增加，但是ATS下降

敏感度分析(4/15)

| | Design parameters | | | | outcome | | | |
|-------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|------------|
| | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT | |
| D_0 | 2.5 | 23 | 5.5636 | 1.4500 | 0.1409 | 0.8252 | 6.7421 | 305.3651 |
| | | (27) | (1.8966) | (1.4335) | (0.1456) | (0.8833) | (2.1472) | (344.1871) |
| | 5.0 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 10.0 | 22 | 5.6460 | 1.4146 | 0.1513 | 0.8201 | 6.8845 | 363.4216 |
| | | (27) | (2.0002) | (1.4155) | (0.1510) | (0.8876) | (2.2535) | (400.5605) |
| D_1 | 475 | 20 | 6.9241 | 1.2880 | 0.1930 | 0.8253 | 8.3898 | 262.9325 |
| | | (26) | (3.5929) | (1.3128) | (0.1843) | (0.8998) | (3.9930) | (286.6989) |
| | 950 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 1900 | 25 | 4.8014 | 1.4882 | 0.1302 | 0.8437 | 5.6909 | 452.9234 |
| | | (28) | (1.2219) | (1.4679) | (0.1358) | (0.8865) | (1.3783) | (460.4917) |

敏感度分析(5/15)

時間參數的影響和過程平均數變化在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

W 增加：

- 採用變動抽樣間隔

ECT 和ATS都增加， n 、 L 和抽樣間隔頻率都下降

- 採用固定長度的抽樣間隔

ECT 和ATS都增加， n 、 L 和抽樣間隔頻率都下降

Y 增加：

- 採用變動抽樣間隔

n 、ECT、 L 和ATS都增加，但是抽樣間隔頻率下降

- 採用固定長度的抽樣間隔

n 、ECT、 L 和ATS都增加，但是抽樣間隔頻率下降

敏感度分析(6/15)

| | | Design parameters | | | outcome | | | |
|---|------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| | | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT |
| W | 550 | 24 | 5.5246 | 1.4755 | 0.1337 | 0.8329 | 6.6330 | 264.5215 |
| | | (28) | (1.8580) | (1.4597) | (0.1381) | (0.8884) | (2.0914) | (304.4365) |
| | 1100 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 2200 | 22 | 5.8178 | 1.3858 | 0.1601 | 0.8286 | 7.0212 | 444.3887 |
| | | (26) | (2.1496) | (1.3696) | (0.1653) | (0.8870) | (2.4234) | (479.0410) |
| Y | 250 | 14 | 5.3377 | 0.9234 | 0.3552 | 0.8251 | 6.4692 | 309.4213 |
| | | (17) | (1.6926) | (0.8808) | (0.3783) | (0.8871) | (1.9080) | (342.5200) |
| | 500 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 1000 | 31 | 5.8249 | 1.7880 | 0.0669 | 0.8392 | 6.9410 | 336.4119 |

敏感度分析(10/15)

時間參數的影響和過程平均數變化在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

a 減少：

- 採用變動抽樣間隔
 - n 、ECT、 L 、和頻繁抽樣間隔頻率都下降，ATS維持住
- 採用固定長度的抽樣間隔
 - n 、 L 、ECT、抽樣間隔頻率和ATS都下降

b 增加：

- 採用變動抽樣間隔
 - n 、抽樣間隔頻率、 L 都下降，ECT和ATS都增加
- 採用固定長度的抽樣間隔
 - n 、抽樣間隔頻率、 L 都下降，ECT和ATS都增加

敏感度分析(11/15)

| | | Design parameters | | | outcome | | | |
|-----|------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| | | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT |
| a | 1.0 | 22 | 5.4636 | 1.4467 | 0.1359 | 0.8038 | 6.7972 | 320.6791 |
| | | (27) | (1.8386) | (1.4598) | (0.1381) | (0.8769) | (2.0967) | (358.3348) |
| | 2.0 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 4.0 | 24 | 5.8100 | 1.3944 | 0.1574 | 0.8555 | 6.7914 | 332.1805 |
| | | (28) | (2.1256) | (1.3875) | (0.1569) | (0.9045) | (2.3500) | (371.6685) |
| b | 2.11 | 33 | 5.1945 | 1.7870 | 0.0670 | 0.8635 | 6.0156 | 299.8698 |
| | | (39) | (1.5788) | (1.8045) | (0.0643) | (0.9167) | (1.7223) | (328.9541) |
| | 4.22 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| | 8.44 | 13 | 6.0540 | 0.9674 | 0.3323 | 0.7903 | 7.6604 | 350.7924 |
| | | (17) | (2.4556) | (0.9408) | (0.3460) | (0.8726) | (2.8141) | (399.9194) |

敏感度分析(12/15)

時間參數的影響和過程平均數變化在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

δ 減少：

- 採用變動抽樣間隔
n、L、ECT、抽樣間隔頻率和ATS都下降
- 採用固定長度的抽樣間隔
n、ECT、ATS減少，抽樣間隔頻率和L都增加

敏感度分析(13/15)

| | Design parameters | | | outcome | | | |
|------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT |
| 0.25 | 31 | 6.5012 | 0.5790 | 0.5645 | 0.7745 | 8.3941 | 374.4265 |
| | (41) | (3.0777) | (0.4647) | (0.6442) | (0.8715) | (3.5315) | (433.5793) |
| 0.5 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| 1.0 | 11 | 4.8587 | 2.0626 | 0.0344 | 0.9036 | 5.3770 | 279.1239 |
| | (12) | (1.2658) | (2.0790) | (0.0331) | (0.9293) | (1.3621) | (301.1333) |

敏感度分析(14/15)

時間參數的影響和過程平均數變化在優化設計的X-bar圖表分別為固定和變動抽樣間隔的方法

λ 的增加

- 採用變動抽樣間隔
n和頻繁的抽樣間隔都增加，ATS降低，
- 採用固定長度的抽樣間隔
所有參數包括設計參數，ATS和ECT都變穩態

ω 的增加

- 採用變動抽樣間隔
ATS和抽樣間隔頻率明顯增加
- 採用固定長度的抽樣間隔
所有參數包括設計參數，ATS和ECT都變穩態

敏感度分析(15/15)

| Case | Weibull parameters | | Design parameters | | | outcome | | | |
|------|--------------------|----------|-------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| | λ | ω | n | h_1 | L | α | $1-\beta$ | ATS | ECT |
| (1) | 0.0002 | 4.14546 | 22 | 6.2937 | 1.4206 | 0.1495 | 0.8183 | 7.6912 | 308.2346 |
| | | | (27) | (1.9284) | (1.4274) | (0.1474) | (0.8848) | (2.1795) | (363.0285) |
| (2) | 0.002 | 3.0 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| (3) | 0.02 | 1.8830 | 25 | 4.1572 | 1.4890 | 0.1300 | 0.8434 | 4.9291 | 346.4106 |
| | | | (27) | (1.9264) | (1.4285) | (0.1471) | (0.8845) | (2.1780) | (363.0687) |
| (4) | 0.0156346 | 2.0 | 25 | 4.4026 | 1.4684 | 0.1357 | 0.8491 | 5.1850 | 343.8595 |
| | | | (27) | (1.9295) | (1.4269) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1805) | (363.0281) |
| (5) | 0.002 | 3.0 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | | (27) | (1.9297) | (1.4267) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |
| (6) | 0.00026748 | 4.0 | 21 | 6.2066 | 1.4055 | 0.1540 | 0.8063 | 7.6976 | 310.0928 |
| | | | (27) | (1.9291) | (1.4271) | (0.1475) | (0.8848) | (2.1803) | (363.0293) |

| c | k | α_3 | α_4 | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ETC |
|-----|-----|------------|------------|------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| 6 | 11 | -0.254 | 3.027 | 19 | 5.3966 | 1.4947 | 0.1336 | 0.7605 | 7.0961 | 323.9667 |
| | | | | (23) | (1.7049) | (1.4857) | (0.1359) | (0.8204) | (2.0781) | (364.3032) |
| 6 | 6 | -0.147 | 3.065 | 19 | 5.4243 | 1.4679 | 0.1409 | 0.7672 | 7.0703 | 324.1193 |
| | | | | (23) | (1.7302) | (1.4609) | (0.1428) | (0.8270) | (2.0921) | (364.2232) |
| 5 | 6 | -0.013 | 3.010 | 20 | 5.4712 | 1.4670 | 0.1428 | 0.7798 | 7.0162 | 324.7473 |
| | | | | (25) | (1.8172) | (1.4660) | (0.1430) | (0.8480) | (2.1429) | (364.7706) |
| 5 | 5 | 0.040 | 3.070 | 21 | 5.5086 | 1.4707 | 0.1410 | 0.7946 | 6.9325 | 324.6734 |
| | | | | (25) | (1.8177) | (1.4595) | (0.1440) | (0.8505) | (2.1372) | (364.4802) |
| 4 | 7 | 0.136 | 2.979 | 21 | 5.5157 | 1.4639 | 0.1443 | 0.7918 | 6.9660 | 325.3625 |
| | | | | (26) | (1.8576) | (1.4615) | (0.1450) | (0.8593) | (2.1618) | (365.1126) |
| 3 | 11 | 0.329 | 3.006 | 23 | 5.5849 | 1.4696 | 0.1411 | 0.8159 | 6.8451 | 325.7715 |
| | | | | (28) | (1.9393) | (1.4625) | (0.1431) | (0.8821) | (2.1985) | (364.8132) |

Group I (α_3 : from - to + , α_4 : close to normal)

| | | | | | | | | | | |
|----|----|--------|-------|------|----------|----------|----------|----------|----------|------------|
| 10 | 10 | -0.519 | 3.462 | 18 | 5.3246 | 1.5050 | 0.1234 | 0.7509 | 7.0910 | 321.8666 |
| | | | | (21) | (1.6061) | (1.4905) | (0.1270) | (0.8001) | (2.0074) | (361.8897) |
| 10 | 7 | -0.465 | 3.430 | 18 | 5.3428 | 1.4919 | 0.1281 | 0.7534 | 7.0916 | 322.1977 |
| | | | | (21) | (1.6199) | (1.4786) | (0.1315) | (0.8025) | (2.0186) | (362.2336) |
| 10 | 3 | -0.208 | 3.418 | 19 | 5.4303 | 1.4550 | 0.1399 | 0.7781 | 6.9789 | 322.7859 |
| | | | | (23) | (1.7304) | (1.4590) | (0.1389) | (0.8335) | (2.0761) | (362.4676) |
| 5 | 3 | 0.277 | 3.485 | 20 | 5.5143 | 1.4116 | 0.1525 | 0.7973 | 6.9162 | 323.9629 |
| | | | | (25) | (1.8506) | (1.4225) | (0.1495) | (0.8639) | (2.1421) | (362.9654) |
| 3 | 6 | 0.484 | 3.380 | 23 | 5.5975 | 1.4445 | 0.1424 | 0.8269 | 6.7693 | 324.7452 |
| | | | | (27) | (1.4267) | (1.9297) | (0.1476) | (0.8849) | (2.1807) | (363.0125) |

| c | k | α_3 | α_4 | n | $h_1(h)$ | L | α | $1-\beta$ | ATS | ETC |
|-----|-----|------------|------------|------|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|
| 4 | 11 | 0.050 | 2.866 | 21 | 5.4982 | 1.4837 | 0.1402 | 0.7857 | 6.9978 | 325.5687 |
| | | | | (26) | (1.8417) | (1.4777) | (0.1419) | (0.8537) | (2.1573) | (365.6473) |
| 5 | 6 | -0.013 | 3.010 | 20 | 5.4712 | 1.6470 | 0.1428 | 0.7798 | 7.0162 | 324.7473 |
| | | | | (25) | (1.8172) | (1.4660) | (0.1430) | (0.8480) | (2.1429) | (364.7706) |
| 5 | 5 | 0.040 | 3.070 | 21 | 5.5086 | 1.4707 | 0.1410 | 0.7946 | 6.9325 | 324.6734 |
| | | | | (25) | (1.8177) | (1.4595) | (0.1440) | (0.8505) | (2.1372) | (364.4802) |
| 6 | 4 | -0.019 | 3.169 | 19 | 5.4512 | 1.4398 | 0.1479 | 0.7748 | 7.0356 | 324.1235 |
| | | | | (23) | (1.7550) | (1.4355) | (0.1491) | (0.8343) | (2.1036) | (363.9121) |
| 7 | 3 | 0.005 | 3.329 | 19 | 5.4593 | 1.4287 | 0.1487 | 0.7806 | 6.9937 | 323.5718 |
| | | | | (23) | (1.7635) | (1.4265) | (0.1493) | (0.8391) | (2.1017) | (363.1011) |
| 10 | 2 | 0.044 | 3.646 | 19 | 5.4719 | 1.4101 | 0.1499 | 0.7906 | 6.9212 | 322.6395 |
| | | | | (23) | (1.7747) | (1.4135) | (0.1490) | (0.8467) | (2.0960) | (361.7533) |

Group II (α_3 : close to normal , α_4 : increasing)

| | | | | | | | | | | |
|---|---|-------|-------|------|----------|----------|----------|----------|----------|------------|
| 2 | 8 | 0.958 | 4.443 | 25 | 5.6581 | 1.4106 | 0.1256 | 0.8810 | 6.4224 | 320.5984 |
| | | | | (29) | (2.0207) | (1.4092) | (0.1260) | (0.9371) | (2.1563) | (355.1045) |
| 2 | 7 | 1.014 | 4.707 | 25 | 5.6595 | 1.4038 | 0.1245 | 0.8858 | 6.3891 | 320.0034 |
| | | | | (29) | (2.0203) | (1.4065) | (0.1237) | (0.9406) | (2.1479) | (354.2181) |
| 2 | 6 | 1.094 | 5.118 | 26 | 5.6837 | 1.4116 | 0.1175 | 0.9034 | 6.2915 | 319.1061 |
| | | | | (29) | (2.0209) | (1.4038) | (0.1198) | (0.9456) | (2.1372) | (352.8892) |
| 4 | 2 | 0.956 | 5.937 | 22 | 5.5934 | 1.3756 | 0.1427 | 0.8496 | 6.5836 | 320.7475 |
| | | | | (26) | (1.9181) | (1.3837) | (0.1404) | (0.9014) | (2.1279) | (357.3020) |
| 9 | 1 | 1.060 | 7.215 | 20 | 5.5529 | 1.3228 | 0.1500 | 0.8454 | 6.5684 | 318.6584 |
| | | | | (23) | (1.8419) | (1.3256) | (0.1492) | (0.8880) | (2.0742) | (354.8343) |

Conclusion

- 從抽樣計畫的面向分析可以發現，不論樣本資料型態的假設為常態或非常態分配，使用變動抽樣間隔則可以獲得最小的每小時期望成本(ECT)值
- 採用經濟性設計方法進行管制圖參數設計並且不論使用變動抽樣間隔的抽樣方式時，樣本資料分配假設為非常態分配所得的每小時期望成本(ECT)較樣本資料分配假設為常態分配為低，且樣本數量會增加，以及型I誤差(α)相對明顯地減少，而檢定力($1-\beta$)則相對提升