New Cost Reduction Opportunities for Adaptive Control Charts

出處：Computers & Industrial Engineering 審查中
作者：???
報告學生：陳昫名
指導老師：童超塵 教授

1. Introduction

- 適應性 (Variable-parameter - Vp) *X-bar* control charts已被大量研究，經濟設計下之Vp管制圖最佳參數設計也已被建立
- 而本研究模型是基於Nenes (2011)的”A new approach for the economic design of fully adaptive control charts”
- 通常h_2最小值為大於0因此，h_2=0，這是可能的，此解釋為立即抽樣
- 此篇利用此點立即抽樣可降低成本

2. Problem Setting and Assumptions

- 假設製程為常態μ_0 and variance σ^2
- μ_0 to $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$
- μ_0 to $\mu_2 = \mu_0 - \delta\sigma$
- 直到發生可歸屬原因1 (2)假設為指數分配其mean $1/\lambda_1$ $(1/\lambda_2)$
- 總發生可歸屬原因期望值為$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$
- 假設直到發生可歸屬原因間隔h 單位時間，則其函數為γ=1-exp($-\lambda h$)

- 直到發可歸屬原因*j*(*j*=1 or 2)，間隔時間*h*其函數為

$$\gamma_j = \frac{\lambda_j}{\lambda}\gamma \qquad j = 1,2\ .$$

- T_0 為當假警報發生時期望搜尋時間
- T_1 蒐尋任何可歸屬原因期望搜尋時間
- T_2 恢復至管制內期望時間
- c為變動抽樣成本
- b是固定成本

- M為製程運作下任何可歸屬原因單位時間成本
- L_0假警報成本
- L_1恢復制程管制成本
- 指標變數δ_1 and δ_2(0 or 1)

3. The Vp *X* -Shewhart chart

- $h1$, $n1$, $k1$ and $h2 = 0$, $n2$, $k2$, where $n1 \le n2$ and $k1$
- 根據實際樣本平均值和以及臨界值w可做出以下決定：

  (a) 詳細檢查修理或不用

  (b) the size of the next sampling interval -$h1$ or 0 (immediately)

  (c) the next sample size -$n1$ or $n2$- and

  (d) the next control limit -$k1$ or $k2$. Thus, there are six design parameters that affect the operation of the Vp *X* -Shewhart chart: $h1$, $n1$ and $n2$, $k1$ and $k2$ and w.

$$
\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ (0,R) \\ (0,T) \\ (0,S) \\ (1,R) \\ (1,T) \\ (1,S) \\ (2,R) \\ (2,T) \\ (2,S) \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc} (0,R) & (0,T) & (0,S) & (1,R) & (1,T) & (1,S) & (2,R) & (2,T) & (2,S) \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
p_{RR}^{00} & p_{RT}^{00} & p_{RS}^{00} & p_{RR}^{01} & p_{RT}^{01} & p_{RS}^{01} & p_{RR}^{02} & p_{RT}^{02} & p_{RS}^{02} \\
p_{TR}^{00} & p_{TT}^{00} & p_{TS}^{00} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
p_{SR}^{00} & p_{ST}^{00} & p_{SS}^{00} & p_{SR}^{01} & p_{ST}^{01} & p_{SS}^{01} & p_{SR}^{02} & p_{ST}^{02} & p_{SS}^{02} \\
\hline
0 & 0 & 0 & p_{RR}^{11} & p_{RT}^{11} & p_{RS}^{11} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & p_{TR}^{11} & p_{TT}^{11} & p_{TS}^{11} & 0 & 0 & 0 \\
p_{SR}^{10} & p_{ST}^{10} & p_{SS}^{10} & p_{SR}^{11} & p_{ST}^{11} & p_{SS}^{11} & p_{SR}^{12} & p_{ST}^{12} & p_{SS}^{12} \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{RR}^{22} & p_{RT}^{22} & p_{RS}^{22} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{TR}^{22} & p_{TT}^{22} & p_{TS}^{22} \\
p_{SR}^{20} & p_{ST}^{20} & p_{SS}^{20} & p_{SR}^{21} & p_{ST}^{21} & p_{SS}^{21} & p_{SR}^{22} & p_{ST}^{22} & p_{SS}^{22}
\end{array}\right]
\end{array}
$$

- 製程在管制內時 (0,*R*) 表示較寬的參數(0,*T*) 表示較窄的參數，下一個抽樣則為(0,*S*)
- 而在(0,*T*) 之後是採取立即抽樣，因此並無可歸屬原因發生
- p_{klij} ($i, j \equiv \{R, T, S\}$ and $k, l = \{0,1,2\}$)

- 期望週期時間成本

$$EC=\pi_{0R}\cdot\left(M\left(h-\frac{\gamma}{\lambda}\right)+b+cn_1\right)+\pi_{0S}\cdot\left(L_0+M\left(h-\frac{\gamma}{\lambda}\right)+b+cn_1\right)+$$

$$\left(\pi_{1R}+\pi_{2R}\right)\cdot\left(Mh+b+cn_1\right)+\left(\pi_{0T}+\pi_{1T}+\pi_{2T}\right)\cdot cn_2$$

$$+\left(\pi_{1S}+\pi_{2S}\right)\cdot\left(L_1+M\left(h-\frac{\gamma}{\lambda}+\delta_1T_1+\delta_2T_2\right)+b+cn_1\right)$$

- 期望週期時間

$$ET=\left(\pi_{0R}+\pi_{1R}+\pi_{2R}+\pi_{0S}+\pi_{1S}+\pi_{2S}\right)h+\left(1-\delta_1\right)T_0\cdot\pi_{0S}+\left(T_1+T_2\right)\cdot\left(\pi_{1S}+\pi_{2S}\right).$$

- 期望週期單位時間成本$ECT = EC/ ET$

4. Numerical Investigation

- k_1 and k_2值大約都增加或降低0.1左右
- h_1大約增加0.1左右

- 比較原模型所節省成本約為0.3~8.3%
- 當偏移量越大，且M與L_0越大時，所節省的成本更多
- b=5時比起b=0 (case 1 對 5, 2 對 6 以此類推)所節省的成本更多

Table 1: 參數設定32個案例($c = 1, L_1 = 200, T_0 = T_1 = T_2 = 0, \delta_1 = \delta_2 = 0$)

Case	b	M	L_0	λ	λ_1	λ_2	δ
1 (17)	0	100	100	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
2 (18)	0	100	200	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
3 (19)	0	1000	100	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
4 (20)	0	1000	200	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
5 (21)	5	100	100	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
6 (22)	5	100	200	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
7 (23)	5	1000	100	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
8 (24)	5	1000	200	0.01	0.005	0.005	0.5 (1.0)
9 (25)	0	100	100	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
10 (26)	0	100	200	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
11 (27)	0	1000	100	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
12 (28)	0	1000	200	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
13 (29)	5	100	100	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
14 (30)	5	100	200	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
15 (31)	5	1000	100	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)
16 (32)	5	1000	200	0.1	0.05	0.05	0.5 (1.0)

k_1 and k_2值大約都增加或降低0.1左右，h_1大約增加0.1左右

比較原模型所節省成本約為0.3~8.3%

當偏移量越大，且M與L_0越大時，所節省的成本更多

Case	Vp $\bar{X}$ - Shewhart (h_2 = 0.1 in all cases) h_1	n_1	n_2	k_1	k_2	w	$ECT_{Vp\text{-}S}$	Vp $\bar{X}$ -Shewhart (h_2 = 0.0 in all cases) h_1	n_1	n_2	k_1	k_2	w	$ECT'_{Vp\text{-}S}$	$\frac{ECT_{Vp\text{-}S}-ECT'_{Vp\text{-}S}}{ECT_{Vp\text{-}S}}$ × 100 %
1	6.2	18	25	2.2	2.0	1.2	11.17	6.1	17	26	2.3	2.0	1.2	11.12	0.4
2	6.5	20	33	2.7	2.3	1.3	11.49	6.4	18	30	2.7	2.3	1.2	11.41	0.7
3	1.7	16	26	2.3	2.0	1.2	31.76	1.8	17	27	2.4	2.1	1.2	31.4	1.1
4	1.9	22	37	2.8	2.3	1.4	32.88	2.1	22	35	2.9	2.4	1.3	32.24	1.9
5	7.7	23	28	2.1	1.9	1.3	12.05	7.9	23	28	2.1	2.0	1.3	12.01	0.3
6	8.1	24	34	2.5	2.3	1.3	12.36	8.0	23	35	2.6	2.3	1.3	12.3	0.5
7	2.0	20	29	2.2	2.0	1.3	34.79	2.3	22	31	2.3	2.1	1.3	34.39	1.1
8	2.2	23	38	2.7	2.3	1.4	35.56	2.4	23	36	2.8	2.4	1.3	35.03	1.5
9	2.2	15	19	1.9	1.8	1.1	44.88	2.6	17	20	1.9	1.8	1.1	44.49	0.9
10	2.6	20	26	2.3	2.0	1.2	46.26	2.8	20	26	2.3	2.0	1.2	45.82	1.0
11	0.7	19	24	2.0	1.9	1.1	113.03	0.6	17	25	2.3	2.0	1.2	111.17	1.6
12	0.7	22	33	2.4	2.1	1.3	117.79	0.6	18	33	2.8	2.3	1.3	114.17	3.1
13	2.7	20	21	1.8	1.7	1.2	47.05	3.2	21	21	1.7	1.7	1.2	46.62	0.9
14	3.0	23	28	2.1	2.0	1.3	48.35	3.4	25	29	2.2	2.0	1.3	47.88	1.0
15	0.8	23	26	1.9	1.9	1.2	121.02	0.8	23	29	2.1	2.0	1.3	120.1	0.8
16	0.9	27	35	2.3	2.2	1.3	125.48	0.8	23	35	2.6	2.3	1.3	122.95	2.0

17	3.3	5	10	3.2	2.6	1.3	6.87	2.8	4	9	3.4	2.6	1.3	6.79	1.2
18	3.1	5	11	3.5	2.8	1.4	6.95	2.8	4	10	3.8	2.9	1.3	6.85	1.4
19	0.9	5	10	3.0	2.5	1.4	18.02	0.9	4	10	3.6	2.8	1.3	17.2	4.6
20	1.0	5	12	3.4	2.8	1.4	18.28	0.9	4	10	3.9	2.9	1.3	17.32	5.3
21	5.3	8	12	2.8	2.5	1.5	8.26	5.3	8	12	2.9	2.6	1.5	8.22	0.5
22	5.5	9	14	3.1	2.8	1.6	8.33	5.3	8	13	3.2	2.8	1.5	8.27	0.7
23	1.2	7	13	2.9	2.6	1.6	22.87	1.6	8	13	3.2	2.8	1.5	21.83	4.5
24	1.3	7	14	3.2	2.7	1.6	22.88	1.6	8	14	3.5	3.0	1.5	21.93	4.2
25	1.2	5	9	2.8	2.4	1.3	34.18	1.2	5	9	2.9	2.5	1.3	33.75	1.3
26	1.3	6	10	3.0	2.5	1.4	34.62	1.2	5	9	3.2	2.6	1.3	34.08	1.6
27	0.4	7	11	2.6	2.4	1.4	72.76	0.3	4	9	3.4	2.7	1.2	67.97	6.6
28	0.4	7	12	2.9	2.6	1.4	74.75	0.3	5	11	3.7	2.9	1.4	68.52	8.3
29	1.7	8	10	2.5	2.3	1.5	37.86	2.1	9	11	2.6	2.4	1.5	37.45	1.1
30	1.7	8	12	2.8	2.5	1.6	38.31	2.1	9	12	2.8	2.6	1.5	37.77	1.4
31	0.6	10	12	2.5	2.4	1.5	84.38	0.5	8	12	2.9	2.6	1.5	82.24	2.5
32	0.6	10	14	2.8	2.6	1.6	85.90	0.5	8	13	3.3	2.8	1.5	82.79	3.6

5. Summary and Conclusions

- 通過例子，此模式可降低成本，雖然幅度並不明顯
- 使用新模式在實際使用時簡單，因為它少了一個參數設計

THE END