

X



國立雲林科技大學工業工程與管理系

Graduate school of Industrial Engineering & Management,

National Yunlin University of Science & Technology

系統可靠度實驗室 System Reliability Lab.

<http://campusweb.yuntech.edu.tw/~qre/index.htm>

A new nonparametric EWMA Sign Control Chart

出處：SDOL Expert Systems with
Applications 38 (2011) 6239–6243

作者：Su-Fen Yang , Jheng-Sian Lin , Smiley W.
Cheng

報告學生：陳怡璇

指導老師：童超塵 教授

Contents

- INTRODUCTION
- The EWMA Sign Chart
- Example
- The average run length of the Arcsine EWMA Sign Chart

INTRODUCTION

- 提出的管制圖使用平均運行長度評估表現。使用實例並與其他現有管制圖比較(假設其皆為常態)。
- Shewhart chart一個主要缺點是它無法檢測小的變化，因此EWMA控制或CUSUM圖是用來調整這方面的不足。

The EWMA Sign Chart

- 假設 X ,的目標值為 T . Let $Y = X - T$ and $p = P(Y > 0)$ =製程的比例。
- 製程在管制內 $P = 0.5$, $P = P_1 \neq 0.5$ 則製程 out-of control 。

The EWMA Sign Chart

- 為了監測製程目標的偏移在任何時間，由 x 隨機抽取 n 個樣本， X_1, X_2, \dots, X_n ，定義為

$$Y_j = X_j - T \text{ and } I_j = \begin{cases} 1, & \text{if } Y_j > 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \text{ for } j = 1, 2, \dots, n.$$

- 在管制內設 M 總數 $Y_j > 0$ ， $M = \sum_{j=1}^n I_j$ 二項式分配參數 $(n, 0.5)$

The proposed nonparametric EWMA Sign Chart

- 監測製程偏離目標就等於在監測製程變化的比例， $P = P1 \neq 0.5$ 。我們提出了一個的 EWMA 如下：

$$EWMA_{M_i} = \lambda M_i + (1 - \lambda)EWMA_{M_{i-1}} \quad 0 < \lambda \leq 1, \quad (1)$$

$$EWMA_{M_i} = \lambda M_i + (1 - \lambda)EWMA_{M_{i-1}} \quad 0 < \lambda \leq 1,$$

- 其中 M_i 代表第 i 個順序的紀錄號碼
- 採用起始值 $EWMA_{M_0}$; 平均值 $EWMA_{M_0} = n/2$

mean of M_i ; that is $EWMA_{M_0} = n/2$. The mean and variance of

$E(EWMA_{M_i}) = n/2$ and $Var(EWMA_{M_i}) = \frac{\lambda[1-(1-\lambda)^{2i}]}{2-\lambda}(1/4n)$. If time is

infinite then $Var(EWMA_{M_i}) = \frac{\lambda}{2-\lambda}(1/4n)$.

- EWMA信號管制圖的管制界線:

$$UCL_{EWMA_M} = \bar{n}/2 + k\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}(1/4n),$$

$$CL_{EWMA_M} = \bar{n}/2,$$

$$LCL_{EWMA_M} = \bar{n}/2 - k\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}(1/4n)$$

- 並繪出 $EWMA_M$ 在圖表上。如果 $EWMA_M \geq UCL_{EWMA_M}$ 或 $EWMA_M \leq LCL_{EWMA_M}$ ，這個製程會被認為是超出管制界限。 k 和 λ 被選擇來滿足某個平均運行長度 (ARL) 的需求

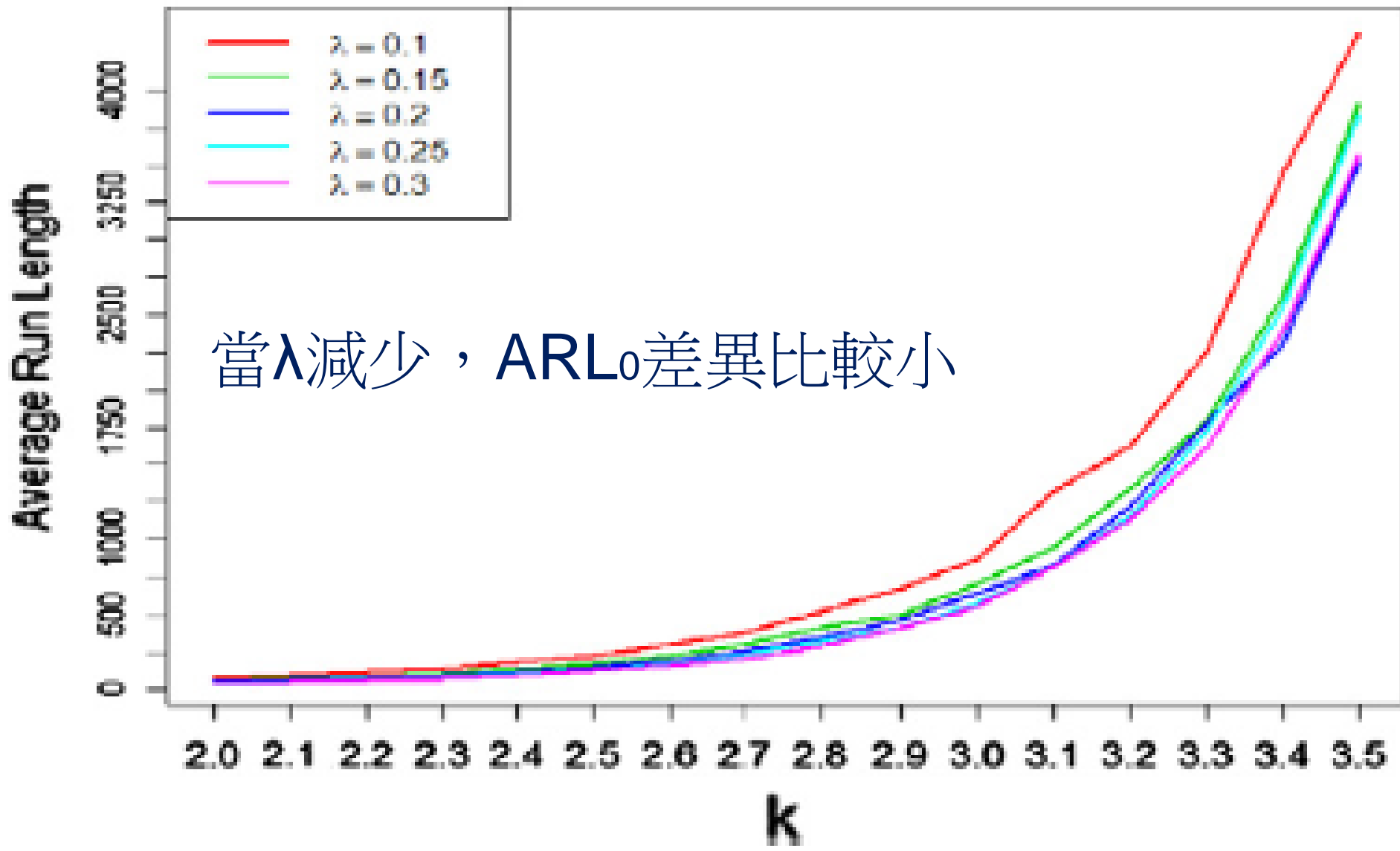


Fig. 1. ARL_0 of the EWMA Sign Chart for various (k, λ) under $n = 10$.

- 在 $ARL_0 \approx 370$ ， $k=2.49$ 和 $\lambda=0.05$ ，EWMA信號管制圖 $n=9 \sim 25$ 的管制界線如下。

Table 2

EWMA Sign Control Chart limits for $k = 2.49$, $\lambda = 0.05$, $ARL_0 \approx 370$.

n	CL	LCL	UCL	n	CL	LCL	UCL	n	CL	LCL	UCL
9	4.5	3.90	5.10	15	7.5	6.73	8.27	21	10.5	9.59	11.41
10	5	4.37	5.63	16	8	7.20	8.80	22	11	10.06	11.94
11	5.5	4.84	6.16	17	8.5	7.68	9.32	23	11.5	10.54	12.46
12	6	5.31	6.69	18	9	8.15	9.85	24	12	11.02	12.98
13	6.5	5.78	7.22	19	9.5	8.63	10.37	25	12.5	11.50	13.50
14	7	6.25	7.75	20	10	9.11	10.89				

The ARL1 of the EWMA Sign Chart

- 超控平均運行長度 ARL_1 ，預期的超控比例
 $p=p_1=0.05\sim 0.95$ ， $n=9\sim 25$
- n,p 成反比，由下圖可發現，當 $p=0.5$ 時，期望值會近似370

Table 3

The ARL_1 values under $\lambda = 0.05$ and $k = 2.49$.

n	p																		
	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
9	4	4	5	5	7	9	12	21	57	384	57	21	12	9	7	5	5	4	4
10	3	4	4	5	6	8	11	19	52	371	52	19	11	8	6	5	4	4	3
11	3	4	4	5	6	8	11	18	48	370	48	18	11	8	6	5	4	4	3
12	3	4	4	5	6	7	10	17	46	380	45	17	10	7	6	5	4	4	3
13	3	3	4	5	6	7	10	16	43	377	43	16	10	7	6	5	4	3	3
14	3	3	4	4	5	7	9	15	41	378	40	15	9	7	5	4	4	3	3
15	3	3	4	4	5	7	9	15	39	386	39	15	9	7	5	4	4	3	3
16	3	3	3	4	5	6	9	14	37	371	36	14	9	6	5	4	3	3	3
17	3	3	3	4	5	6	8	14	35	384	35	14	8	6	5	4	3	3	3
18	3	3	3	4	5	6	8	13	34	375	34	13	8	6	5	4	3	3	3
19	3	3	3	4	5	6	8	13	33	388	33	13	8	6	5	4	3	3	3
20	3	3	3	4	4	6	8	12	32	389	32	12	8	6	4	4	3	3	3
21	2	3	3	4	4	5	7	12	30	379	30	12	7	5	4	4	3	3	2
22	2	3	3	4	4	5	7	12	29	383	29	12	7	5	4	4	3	3	2
23	2	3	3	4	4	5	7	11	28	383	28	11	7	5	4	3	3	3	2
24	2	3	3	4	4	5	7	11	28	381	27	11	7	5	4	3	3	3	2
25	2	3	3	4	4	5	7	11	27	377	27	11	7	5	4	3	3	3	2

Example

- 我們將使用Montgomery (2009)的圖表來說明)。填充飲料是一種重要的品質特性。由零對應到正確的高度。
- 15個樣本大小為 $n = 10$ 進行了分析，並填充高度如下：

Sample	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	M	$EWMA_M$
1	2.5	0.5	2	-1	1	-1	0.5	1.5	0.5	-1.5	7	5.10
2	0	0	0.5	1	1.5	1	-1	1	1.5	-1	6	5.15
3	1.5	1	1	-1	0	-1.5	-1	-1	1	-1	4	5.09
4	0	0.5	-2	0	-1	1.5	-1.5	0	-2	-1.5	2	4.93
5	0	0	0	-0.5	0.5	1	-0.5	-0.5	0	0	2	4.79
6	1	-0.5	0	0	0	0.5	-1	1	-2	1	4	4.75
7	1	-1	-1	-1	0	1.5	0	1	0	0	3	4.66
8	0	-1.5	-0.5	1.5	0	0	0	-1	0.5	-0.5	2	4.53
9	-2	-1.5	1.5	1.5	0	0	0.5	1	0	1	5	4.55
10	-0.5	3.5	0	-1	-1.5	-1.5	-1	-1	1	0.5	3	4.47
11	0	1.5	0	0	2	-1.5	0.5	-0.5	2	-1	4	4.45
12	0	-2	-0.5	0	-0.5	2	1.5	0	0.5	-1	3	4.38
13	-1	-0.5	-0.5	-1	0	0.5	0.5	-1.5	-1	-1	2	4.26
14	0.5	1	-1	-0.5	-2	-1	-1.5	0	1.5	1.5	4	4.25
15	1	0	1.5	1.5	1	-1	0	1	-2	-1.5	5	4.24

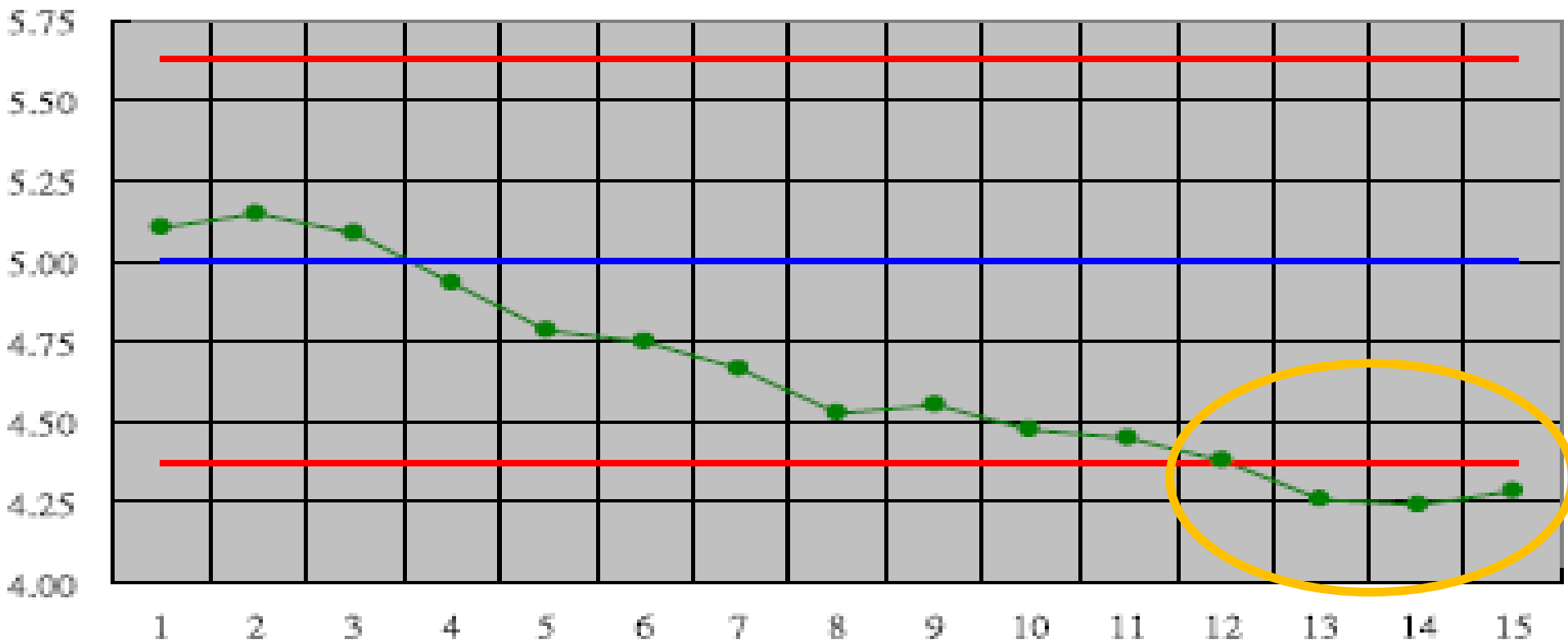


Fig. 2. EWMA Sign Chart.

- $CL = 5$, $LCL = 4.36$ 、 $UCL = 5.63$
- 因此 $M =$ 真實差異的總和 $(X_i - 0)$, $i = 1, 2, \dots, 15$. 圖中顯示樣品13的數據似乎超出了管制

- Table 3顯示EWMA信號管制圖當 $p=0.5$ 的 ARL_0 's不普遍為已知值370。這似乎不合理，原因是二項分配對於小或中等的樣本大小的不對稱性。
- 為了改正此問題，我們將運用反正弦轉換 (Mosteller & Youtz, 1961)

- 令 $Y = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{M}{n}}\right)$ ， Y 的分配將近似常態當平均數為 $\sin^{-1}(\sqrt{p})$ 而變異數為 $\frac{1}{4n}$

提出經過修正的EWMA_Y反正弦信號管制圖：

$$EWMA_{Y_i} = \lambda Y_i + (1 - \lambda) EWMA_{Y_{i-1}} \quad 0 < i \leq 1$$

採用平均 Y 作為起始值 $EWMA_{Y_0} = \sin^{-1} \sqrt{0.5}$

平均數 $E(EWMA_{Y_i}) = \sin^{-1} \sqrt{0.5}$

變異數 $Var(EWMA_{Y_i}) = \frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^2]}{2 - \lambda} \left(\frac{1}{4n}\right)$

如果時間是足夠大4的，那麼 $Var(EWMA_{M_0}) = \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left(\frac{1}{4n}\right)$

■ 用在第3節的例子，利用反正弦 $EWMA_Y$ 繪製



Fig. 4. The Arcsine $EWMA_Y$ Sign Chart.

Table 4

The ARL values of Arcsine EWMA_v Sign Chart ($\lambda = 0.05$, $k = 2.49$).

n	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
9	3	4	4	5	6	8	12	20	56	370	56	20	12	8	6	5	4	4	3
10	3	3	4	5	6	8	11	19	52	370	52	19	11	8	6	5	4	3	3
11	3	3	4	5	6	8	11	18	48	370	48	18	11	8	6	5	4	3	3
12	3	3	4	4	6	7	10	17	45	370	45	17	10	7	6	4	4	3	3
13	3	3	4	4	5	7	10	16	42	370	42	16	10	7	5	4	4	3	3
14	2	3	3	4	5	7	9	15	40	370	40	15	9	7	5	4	3	3	2
15	2	3	3	4	5	6	9	15	38	370	38	15	9	6	5	4	3	3	2
16	2	3	3	4	5	6	9	14	36	370	36	14	9	6	5	4	3	3	2
17	2	3	3	4	5	6	8	13	35	370	35	13	8	6	5	4	3	3	2
18	2	3	3	4	4	6	8	13	33	370	33	13	8	6	4	4	3	3	2
19	2	3	3	4	4	6	8	13	32	370	32	13	8	6	4	4	3	3	2
20	2	2	3	3	4	5	8	12	31	370	31	12	8	5	4	3	3	2	2
21	2	2	3	3	4	5	7	12	30	370	30	12	7	5	4	3	3	2	2
22	2	2	3	3	4	5	7	12	29	370	29	12	7	5	4	3	3	2	2
23	2	2	3	3	4	5	7	11	28	370	28	11	7	5	4	3	3	2	2
24	2	2	3	3	4	5	7	11	27	370	27	11	7	5	4	3	3	2	2
25	2	2	3	3	4	5	7	11	26	370	26	11	7	5	4	3	3	2	2

Conclusion

- EWMA信號管制圖可提供一種代當分配未知或非常態時。
- 建議當想得到適當的ARL值時改善其為反正弦EWMA信號管制圖使用。



END