



# USING THE MINIMIZED INTEGRATED SQUARE ERROR ESTIMATOR (L2E) FOR PHASE I CONTROL CHARTING

出處：Joint Statistical Meetings - Section on Quality  
& Productivity, 877-882, 2002

作者：JOHN N. DYER, MICHAEL D. CONERLY

報告者：賴璟瑞

指導教授：童超塵 教授



# Contents

Introduction

Review

Research Design

Comparison

Concluding Remarks



# Introduction (1/2)

- In the literature two phases of control charts are distinguished: **Phase I** and **Phase II** control charting.



- 在Phase I合適的控制圖方法一定會被決定，但合適的參數是要**估計**的。
- Phase II控制圖是用來**監測與控制**製程上有關製程參數之變化、分佈變化以及製程隨機性。



# Introduction (2/2)

- 在樣本統計中利用**最大概似估計(MLE)**，然而最大概似估計的缺陷是他們**缺乏抵抗異常值和一般不健全有關於假設錯誤模型**。
- 為了克服MLE之不足，並且能夠得到可靠參數估計值，本論文提出一特定非參數密度估計方法，利用**積分方差integrated square error (ISE)**估計的型式又稱之L2E。
- 即便是被劣化的資料，L2E也能提供健全(Robust)的估計出參數，L2E本身也有可建構性的本質。



# Review Phase I

Koning &  
Does (2000)

- Phase I control charting consist of two stages:
- Stage 1, the **retrospective** stage
- Stage 2, the **prospective** stage



# Review Phase I

- Phase I 包含了四大技術：
- (1) 利用GR&R分析簡單資料調查測量系統**正確性**和**變動性**；
- (2) 利用(製程)能力指數**判斷**是否能夠產出符合產品規格；
- (3) 利用直方圖以及機率圖去確認分佈的**假設**；
- (4) 利用異常值偵測工具，去**偵測與修補**製程中變數的特殊原因；並且得到製程參數的可靠估計。



# Footnote

- 重覆性及再現性
- (Gauge Repeatability and Reproducibility , GR&R)
- 變異數的統計分析(ANOVA)的制式化，是專門為現場生產及不是統計背景的人也能作統計的工作而發展出來的方法，其特點是各種不同行業所用的量測儀器都能用此方法來評估查核其系統是否正常。



# Review Phase II

- Phase II 控制圖是用來**監測**與**控制**製程上有關製程參數之變化、分佈變化以及製程隨機性。
- Phase II 控制圖是基於Phase I 所得到參數估計值所建構。一般Phase II 控制圖包含：
  - (1) Shewhart-type
  - (2) EWMA
  - (3) CUSUM





# Research Design

- During Phase I, process data is **collected** and **analyzed** to enable Phase II control charting.
- The general SPC method can be thought of in terms of 4 design steps given below.
- The first three Steps occur in the Phase I environment, while Step 4 occurs in the Phase II environment.



# Phase I environment

## Step1

- 確認需要的控制圖、需要的參數、需要的平均連串長度(ARL)。

## Step2

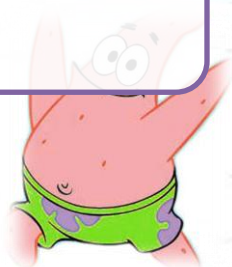
- 決定分群大小 $n$ 、分群個數 $m$ ，被用來估計製程內參數。得到具有 $m$ 個分群且 $n \geq 1$ 的參考樣本。

## Step3

- 保證參考樣本是製程內的代表，同時估計需要的控制圖參數利用健全L2E或反覆健全的方法(MLE or L2E)。

## Step4

- 將需要的控制圖應用到持續性的製程，且此製程進化過程中包含監測、控制和調整製程。



# Step 1

- ARL的選擇是一個涉及實用與經濟的考慮，在很大程度上取決於成本。

## Shewhart-type

- 在製程參數中**極端變化**的**快速檢測**，選擇修華特型控制圖

## EWMA & CUSUM

- 在製程參數中**輕微改變**的**最終檢測**，選擇EWMA與CUSUM控制圖



# Step 2

- 在Montgomery 書中討論到如何選擇一個適當的分群的大小 ( $n$ ) 和採樣頻率，並且此兩項用來設計控制圖。

## Shewhart-type

- Quesenberry (1993) 建議  $m$  至少100且  $n=5$ 。

## EWMA & CUSUM

- Jones, Champ, and Rigdon (2001) 認為  $m$  大於100，上至400。



# Step 3 (1/2)

- 在Step 2中所獲得的參考樣本被分析用來估計未知參數以及測定製程狀態。

## The retrospective stage

- 【用來驗證分配和隨機性假設】，以及【對GR&R和能力進行研究】。

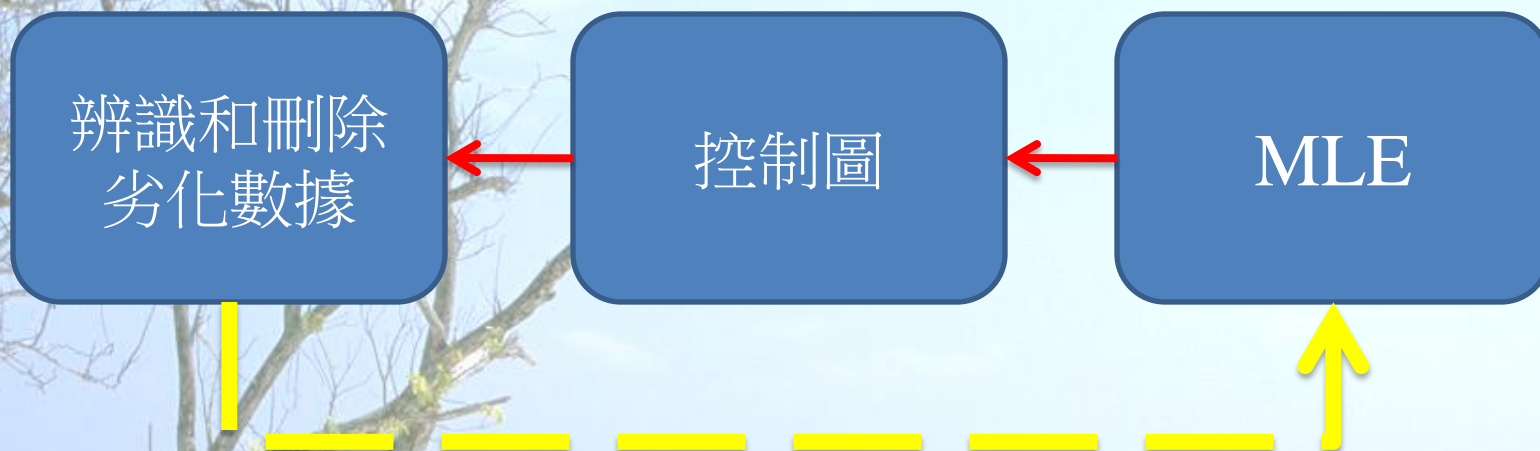
## The prospective stage

- 用於參考樣本預測將來監測，以確定估計參數的偏離。該控制圖表主要用於檢測劣化數據或非隨機過程的輸出，數據即來自特殊原因變化所造成。



# Step 3 (2/2)

- 在反覆的過程，其中的**辨識**和**刪除**劣化數據是利用控制圖，此控制圖是以MLE為基礎。



- 如果改用L2E估計，這將是表明，在Step 3中的反覆過程可能被**減少**，透過第一次反覆中提供更健全的參數估計這將導致一個更強大的控制範圍設置，從而使受劣化的數據更有效的檢測和清除。



# Footnote\_L2E

$$\text{L2E}(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \arg \min \left[ \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \phi(x_i | \mu, \sigma) \right]$$

- 假設條件： $n \geq 1$ 、常態分配下 $\mu$  (平均值)  $\sigma$ (變異數)、*the univariate normal density be denoted by  $\phi(x|\mu, \sigma)$ .*
- 若 $x$ 值越遠離 $\mu$ ，則 $\phi(x|\mu, \sigma)$ 值趨近於0。



# Comparison

## L2E

- ✓ minimizes the *sum of the densities*
- ✓ 不考慮劣化數據
- ✓ *x values located* within a reasonable distance of  $\mu (\pm 3\sigma)$

## MLE

- ✓ maximize the *product of the densities*
- ✓ 考慮所有數據，模糊劣化和好數據

- 在一致性理論，若在無劣化的大樣本資料下，MLE 會比L2E為更好的估計工具。
- 但若考慮所有數據下，L2E模擬案例可以得到更好的結果。





# Concluding Remarks (1/2)

- 討論Phase I控制圖的重要性，尤其是適當參數的估計使Phase II控制圖成為可能。一般SPC方法是包括階段一與階段二環境的步驟之集合。
- 針對Phase I環境，引進最小積分方差估計 (minimized integrated square error estimator, L2E)作為一健全的參數估計方法且作為MLE的替代方案。L2E估計方法可輕易的被建構並且應用於電子表格的環境。



# Concluding Remarks(2/2)

- 探討模擬研究顯示 $\mu$ 和 $\sigma$ 的L2E估計對常態分佈而言是好的，且在大部分的案例中是比MLE估計來的好，當參考樣因平均、變異數、或以上兩者的偏移而變差。
- 主要討論在SPC環境下的L2E估計之應用，但本論文拘限在常態分配之假設，若在其他分配假設和多變數製程下，L2E的估計方法是否依然優於MLE?
- 在製程參數估計中是否還有其他方法可用!!





**THE END....**

