

國立雲林科技大學
工業工程與管理研究所

碩士論文

非常態製程能力弱度指標之研究

研 究 生：吳國銘

指導教授：童超塵

中華民國八十九年六月

非常態製程能力弱度指標之研究

A Study of Process Incapability Index for Non-normal Process

研 究 生：吳國銘
指導教授：童超塵

Student: Kuo-Ming Wu
Advisor: Chau-Chen Tornng

國立雲林科技大學
工業工程與管理研究所
碩士論文

**A Thesis
Submitted to
Institute of Industrial Engineering and Management
National Yunlin University of Science and Technology
for the Degree of
Master of Science
in
Industrial Engineering and Management**

June 2000
Touliu, Yunlin, Taiwan, Republic of China

中華民國八十九年六月

非常態製程能力弱度指標之研究

學生：吳國銘

指導教授：童超塵

國立雲林科技大學工業工程與管理研究所

摘 要

在傳統的製程能力指標上，均假設製程分配為常態。然而，在現實的製造環境中，許多的製程卻不見得是常態分配。若使用傳統的方式去估計製程能力指標，將無法得到一個準確製程訊息。如此，會導致製程的誤判而做出錯誤的決策。

為了提供一個較準確的製程能力估計量，許多學者分別提出新的製程能力指標及新的估計方法。本研究的目的就是結合製程能力弱度指標 C_{pp} 及 Clements' Method，求算出一個在非常態下製程能力的評估方法，並且使用電腦模擬的方式，把所推算出來的製程能力估計模式與傳統的製程能力估計方法根據製程的目標值與製程母體參數的不同進行比較。

關鍵字：製程能力弱度指標、Clements' Method、Pearson family distribution

A Study of Process Incapability Index for Non-normal Process

Student: Kuo-Ming Wu

Advisor: Chau-Chen Torng

**Institute of Industrial Engineering and Management
National Yunlin University of science and Technology**

ABSTRACT

On the research of process capability indices, the process is usually assumed normally distributed. However, the real-world manufacturing process is not always normal. Using a traditional process capability index in a non-normal process will misjudge the process.

The purpose of this research is to apply the process incapability index in the non-normal process. The Clements' method is adopted to develop the estimator. A computer simulation is also performed to verify the effectiveness of this index.

Keywords: Process Incapability Index, Clements' Method,
Pearson family distribution

誌謝

本論文能夠如期完成，首先要感謝我的指導教授童超塵博士在研究過程中的悉心指導使論文得以順利完成。尤其在繁忙之行政工作之餘，不忘對學生課業上細心指導，在此謹對吾師至上最高的敬意。

對於論文口試期間，承蒙陳忠和教授及周招宇教授對論文提供相當多寶貴的意見，使本論文更臻完備，在此亦致上最由衷的謝意。

而在研究所兩年生活當中，特別感謝在我身邊所有陪伴者我的好友們，尤其是武賢、其倫、敏君、智偉、琴玲、振洋、國銘、期斌、品皓、信仁、信龍、一龍等，謝謝你們在這研究所生涯中，帶給我生活上的照顧與學業上的鼓勵與協助。

最後，僅以此論文獻給我親愛的家人，衷心感謝您們細心的栽培與付出，因為有了您們的支持，我才得以順利地完成學業，僅以最誠摯感恩的心，感謝你們所給予我的一切。

吳國銘 謹誌

民國八十九年六月

目 錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目 錄	IV
表 目 錄	VI
圖 目 錄	VII
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機與目的	2
1.3 研究範圍與架構	3
第二章 文獻回顧	4
2.1 製程能力指標	4
2.2 製程能力弱度指標	5
2.2.1 製程能力弱度指標 C_{pp} 的介紹	5
2.2.2 指標 C_{PP} 、 C_{ia} 、 C_{ip} 的估計	6
2.3 Clements method	10
第三章、研究方法與步驟	12
3.1 研究方法	12
3.1.1 Clements' Estimator	12
3.2 研究假設	14
3.3 研究步驟	15
3.4 電腦模擬	18
第四章 實驗設計	22
4.1 傳統製程能力的估計方式與 Clements' Method 來進行比較	22
4.1.1 Normal distribution	22
4.1.2 Beta distribution	23
4.1.3 Chi_square distribution	24
4.1.4 T distribution	25
4.2 製程能力弱度指標之敏感度分析	26
4.2.1 製程能力弱度指標	26
4.2.2 製程能力的偏差指標	27

4.2.3 製程能力的精確性	28
第五章 結果分析與比較	29
5.1 Clements' Method 與傳統估計方法之比較	29
5.1.1 Normal distribution.....	29
5.1.2 Beta distribution	33
5.1.3 Chi_square distribution.....	37
5.1.4 T distribution	40
5.2 製程能力的偏差指標	44
5.3 製程能力的變異指標	48
第六章 結論與建議	52
參考文獻	54

表 目 錄

表 3.1	Standardized Tails of Pearson Curves— Lp' (0.135%) for $Sk \geq 0$, Up' (99.865%) for $Sk < 0$	19
表 3.2	Standardized Tails of Pearson Curves— Up' (99.865%) for $Sk \geq 0$, Lp' (0.135%) for $Sk < 0$	20
表 3.3	Standardized Tails of Pearson Curves— M' (50%) , Change sign for $Sk > 0$	21
表 4.1	Normal 分配製程的各種參數	23
表 4.2	Beta 製程分配的各種參數	24
表 4.3	Chi_square 製程分配的各種參數	25
表 4.4	T 製程分配的各種參數	26
表 4.5	製程能力的偏差指標的各種參數	27
表 5.1	Normal 下不同母體參數的各種指標估計值	29
表 5.2	Chi_square 分配下不同母體參數的各種指標估計值	37
表 5.3	T 分配下不同母體參數的各種指標估計值	41
表 5.4	不同製程分配在各種製程目標值下的指標估計值	47
表 5.5	Normal 分配下不同製程變異之指標估計值	48
表 5.6	Beta 分配下不同製程變異之指標估計值	49
表 5.7	Chi_square 分配下不同製程變異之指標估計值	50
表 5.8	T 分配下不同製程變異之指標估計值	51

圖 目 錄

圖 1.1	常態下的品質特性圖	1
圖 3.1	電腦模擬流程圖	18
圖 5.1	常態分配下指標 C_p 的長條圖	30
圖 5.2	常態分配下指標 C_{pm} 的長條圖	31
圖 5.3	常態分配下指標 C_{pp} 的長條圖	31
圖 5.4	常態分配下指標 C_{ia} 的長條圖	32
圖 5.5	常態分配下指標 C_{ip} 的長條圖	32
圖 5.6	Beta 分配下指標 C_p 的長條圖	34
圖 5.7	Beta 分配下指標 C_{pm} 的長條圖	35
圖 5.8	Beta 分配下指標 C_{pp} 的長條圖	35
圖 5.9	Beta 分配下指標 C_{ia} 的長條圖	36
圖 5.10	Beta 分配下指標 C_{ip} 的長條圖	36
圖 5.11	Chi_square 分配下指標 C_p 的長條圖	38
圖 5.12	Chi_square 分配下指標 C_{pm} 的長條圖	38
圖 5.13	Chi_square 分配下指標 C_{pp} 的長條圖	39
圖 5.14	Chi_square 分配下指標 C_{ia} 的長條圖	39
圖 5.16	T 分配下指標 C_p 的長條圖	41
圖 5.17	T 分配下指標 C_{pm} 的長條圖	42
圖 5.18	T 分配下指標 C_{pp} 的長條圖	42
圖 5.19	T 分配下指標 C_{ia} 的長條圖	43
圖 5.20	T 分配下指標 C_{ip} 的長條圖	43

第一章 緒論

1.1 研究背景

在產品生產週期內統計技術可用來協助製造前之開發活動、製程變異性之數量化、製程變異性相對於產品規格之分析及協助降低製程內之變異性。這些工作一般稱為製程能力分析 (process capability analysis)。

製程能力分析是於製程中量化產品某品質特性之製程變異，再測量該製程變異與規格或公差之間的關係，而量測該兩者關係的指標既是製程能力指標。所以任何製程能力指標皆是在量化製程真實的績效及規格之間的關係。換言之，任何製程能力指標是製程參數、製程期望值 (μ) 製程標準差 (σ) 及製程規格 (USL、LSL、T) 之間的函數，並透過該製程能力指標來評估該製程能力的好壞。

一般是將產品的品質特性之六個標準差範圍當作是製程能力之量測。此範圍稱為自然允差界限(natural tolerance limits)或稱為製程能力界限(process capability limits)。圖 1.1 中顯示品質特性符合常態分配且平均值為 m ，標準差為 s 之製程。則製程之上下自然允差界限為

上自然允差界限：UNTL= $m+3s$

下自然允差界限：LNTL= $m-3s$

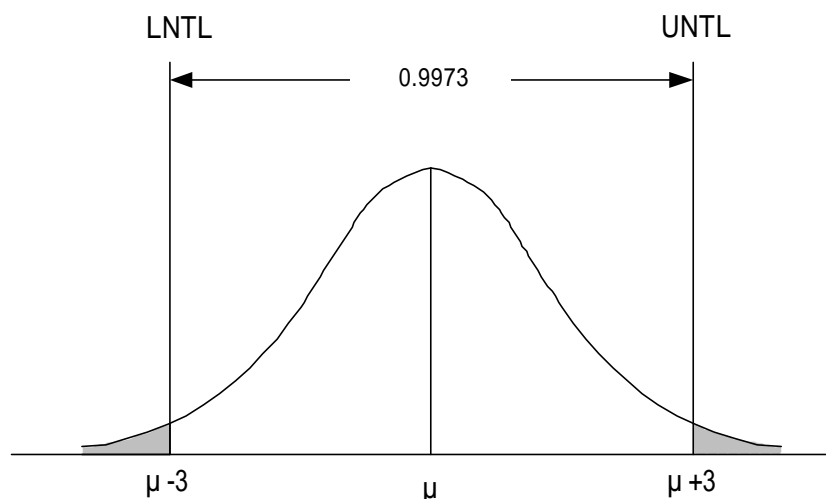


圖 1.1 常態下的品質特性圖

對於一常態分配，自然允差界限將包含 99.73% 之品質數據，或者說是 0.27% 之製程輸出將落在自然允差界限之外。如果製程數據之分配不為常態，則落在 $m \pm 3s$ 之外的機率將不為 0.27%。

一般工業界在計算衡量關鍵品質特性的製程能力指標時均假設品質特性之量測值呈現常態分配。而對所蒐集之資料是否符合常態性假設及其指標的正確性均未詳加求證。因此，其所求出來的製程能力指標是否真正能反映一個製程的表現值得商榷。當母體分配不具常態性 (non-normal) 時可能造成製程能力指標估計值不正確而產生了不正確的製程能力分析之資訊，甚至做出錯誤的決策。

在現今的品質管制手法中，許多新的製程能力指標紛紛被提出來。由於製程能力指標的目的是在於能夠確實反應製程的能力，而品管工程師既是根據製程能力指標來做決策或建議。因此，使用一個能夠反映製程的指標是一個很重要的問題。

Kane (1986) 討論兩個產業界中最常使用的製程能力指標 C_p 與 C_{pk} ，因為這兩個指標最容易瞭解且方便運用，固為目前最普遍採用的績效評估工具。

Clements (1989) 對於製程能力指標在非常態 (non-normal) 下的情況，在 Pearson family distribution 的假設下提出以 U_p-L_p 取代 6σ 和用中位數 M 取代 μ 的方法，並且應用 C_p ， C_{pk} 這兩個指標上。Pearn (1994) 把 Clements 的方法應用在 C_{pm} ， C_{pmk} 兩個製程能力指標上。

本研究是在探討製程能力弱度指標 C_{pp} 在非常態 (non-normal) 的情況下，利用 Clements 的方法其，估計 C_{pp} 的值及其使用的步驟，並應用模擬的方式來進行該指標的績效評估，看看製程能力弱度指標是否是一個能確實反應製程能力的指標。

1.2 研究動機與目的

製程能力分析的應用提供了對某品質特性之製程能力的估計及檢定，所以，正確的製程能力分析是影響品質決策及改進品質等活動成敗與否的重要關鍵因素。近年來，許多不同的製程能力指標相繼被學者們提出，其所持有的優點各有所不同，如 C_p 、 C_{pk} 、 C_{pm} 、 C_{pmk} 及 C_{pp} 。

Phillips et al (1994) 根據 Greenwich 和 Jahr-Schaffrath (1995) 的觀點提出損失比 (loss ratio) $LR = 1 / C_{pm} = (CR + TR)^{1/2}$ ，其中 $CR = C_{ia}$ 且 $TR = C_{ip}$ 。因

此，在評估製程準確性和精確性方面，指標 C_{pp} 優於指標 C_{pm} 及 C_{pmk} 。

此外，為了追求更準確的製程能力指標，原本早期均假設品質特性的母體樣本為常態分配 (normal)，現在則不再是如此。因為不同的母體分配所計算出來的製程能力指標會導致決策過程的錯誤及產品品質無法做有效的改善。而本研究既是在探討製程能力弱度指標 C_{pp} 在非常態 (non-normal) 的情況之下，把 Clements 的方法應用在製程能力弱度指標 C_{pp} 上。如此，讓我們在評估一個製程的能力是否達到我們或顧客的需求時，能夠提供一個有效且正確的製程能力指標來做判斷。

1.3 研究範圍與架構

本研究主要是利用製程能力弱度指標 C_{pp} 在 Pearson family distribution 的假設之下，進行非常態 (non-normal) 製程能力的評估。在文章中，所用的 Pearson family distribution 共有四種，分別如下：

I. Normal distribution, $N(a, b)$ $a = 0, 1$; $b = 0.25, 0.5, 1$

II. Chi_square distribution, $\chi^2_{(r)}$ $r = 3, 4, 5, 6$

III. Beta distribution, $B(a, b)$ $a = 2, 3$; $b = 2.0, 2.5, 3.0$

IV. T distribution, $t_{(v)}$ $v = 4, 5, 6, 7$

首先，我們在第二章先介紹製程能力弱度指標的基本定義及其估計量，並說明其優點。接著我們介紹 Clements 的方法運用在 Pearson family distribution 之情況。第三章裡，我們說明製程弱度指標對 Clements 的方法運用的情形及其估計值。第四章為則針對兩種製程能力的估計方法作比較方式的設計。第五章為經過模擬之後所得到的數據來進行分析，對於在不同的製程分配下兩種製程估計方式的差異。第六章針對第五章的分析結果作整體的整理，並對於本研究分析結果的貢獻做敘述。

第二章 文獻回顧

2.1 製程能力指標

目前在產業界常用的製程能力指標為 C_p 與 C_{pk} ，由於這兩個指標容易瞭解又方便運用，因此是目前產業界最普遍採用的績效評估指標工具。其定義分別如下：

假設 USL 、 LSL 分別代表產品的上、下規格界限，規格界限的中心為 m ，目標值為 T ， μ 為製程期望值， s 為製程期望標準差，則

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6s}$$

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - m}{3s}, \frac{m - LSL}{3s} \right\}$$

在品質特性的分配為常態的假設下，其估計值為：

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6s}$$

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LSL}{3s} \right\}$$

Chan, et.al. (1988) 提出一個比較先進的製程能力指標 C_{pm} 。其基本定義如下：

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (m - T)^2}}$$

指標 C_{pm} 的設計考慮到平均數 μ 與目標值之間的關係。其分母實際上就是田口損失函數的期望值

$$s^2 + (m - T)^2 = E(X - T)^2$$

所以當 $\mu = T$ 時， C_{pm} 有最大值（表示製程能力優良）。當製程平均數 μ 偏離目標值 T 越遠時，則 C_{pm} 值越小（此時製程期望損失也越大，顯示製程能力越差）。因此 C_{pm} 反應製程期望損失的能力優於指標 C_p 與 C_{pk} 。

在品質特性的分配為常態的假設下，其估計值為：

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T)^2}}$$

Pearn, et.al. (1992) 結合指標 C_{pk} 與 C_{pm} 的優點提出一個製程能力指標 C_{pmk} 。其定義如下：

$$C_{pmk} = \frac{\min\{USL - \bar{m}, \bar{m} - LSL\}}{3\sqrt{s^2 + (\bar{m} - T)^2}}$$

由指標 C_{pmk} 的定義可知， C_{pmk} 是結合 C_{pk} 的分子與 C_{pm} 的分母而成，表示指標 C_{pmk} 同時考慮了製程平均數 μ 與上下規格界限及目標值 T 之間的關係，且分母亦為田口損失函數的期望值，因此指標 C_{pmk} 能同時指出製程的良率及製程的期望損失。

在品質特性的分配為常態的假設下，其估計值為：

$$\hat{C}_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{x}}{3\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T)^2}}, \frac{\bar{x} - LSL}{3\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T)^2}} \right\}$$

上述的四個製程能力指標可說是傳統上較常用的指標，產業界利用這些指標來衡量製程能力是否達到品質規格的要求。然而，這四個指標並不能完全滿足產業界的要求，故許多新的製程能力指標在近年來紛紛被提出，而製程能力弱度指標就是一個例子。

2.2 製程能力弱度指標

2.2.1 製程能力弱度指標 C_{pp} 的介紹

Greenwich and Jahr-Schaffrath (1995) 提出製程能力弱度指標 C_{pp} (process incapability index)，其定義如下：

$$C_{pp} = \left(\frac{\bar{m} - T}{D} \right)^2 + \left(\frac{s}{D} \right)^2$$

其中 $D = \frac{d}{3}; d = \frac{USL - LSL}{2}$

C_{pp} 是 C_{pm} 倒數的平方，即

$$C_{pp} = \left(\frac{1}{C_{pm}} \right)^2 = \left(\frac{\bar{m} - T}{D} \right)^2 + \left(\frac{s}{D} \right)^2 = C_{ia} + C_{ip}$$

其中

$C_{ia} = \left(\frac{\bar{m} - T}{D} \right)^2$ 為偏差指標(*inaccuracy index*) 可用來評估製程的準確性，即製程平均數 \bar{m} 與目標值 T 偏離的程度。

$C_{ip} = \left(\frac{s}{D} \right)^2$ 為變異指標(*imprecision index*)用以評估製程的精確性，即製程變異的程度。

當 C_{pp} 值越小表示製程的能力越高，反之，則表示製程的能力越低。當 $C_{pp} = 0$ ，表示有最佳的製程能力。在此同時，該製程的平均等於至程的目標值 ($\mu = T$)，且該製程的變異為 0 ($s^2 = 0$)。

指標 C_{ia} 用來評估製程平均數 μ 偏移目標值 T 的程度。

當 $C_{ia} = 0$ ($\bar{m} = T$) 時，製程有最佳的準確性。

當 $C_{ia} = 9$ ($\bar{m} = USL$ 或 $\bar{m} = LSL$) 時，製程平均數以偏移至規格上限或規格下線

當 $C_{ia} > 9$ ($\bar{m} > USL$ 或 $\bar{m} < LSL$) 時，製程平均數超出規格界限之外。

當目標值位於製程中心時 ($T = \bar{m}$)，對於某一具有雙邊規格界線的製程，其量率的計算公式可表示為：

$$F(USL) - F(LSL)$$

其中 $F(\bullet)$ 是品質特性 X 的累積分配函數。

在常態分配下，其良率可表示為：

$$\% Yield = \Phi \left\{ \frac{USL - \bar{m}}{s} \right\} - \Phi \left\{ \frac{LSL - \bar{m}}{s} \right\}$$

其中 $\Phi\{\bullet\}$ 是常態分配的累積函數。

2.2.2 指標 C_{pp} 、 C_{ia} 、 C_{ip} 的估計

1. C_{pp} 的不偏估計式

$$\hat{C}_{pp} = \frac{(\bar{X} - T)^2}{D^2} + \frac{S_n^2}{D^2}$$

$$\text{令 } B = \frac{(nD^2)}{\mathbf{S}^2}, \quad Y = \frac{n(\bar{X} - T)^2}{\mathbf{S}^2}, \quad K = \frac{nS_n^2}{\mathbf{S}^2}$$

$$\text{故 } \hat{C}_{pp} = \frac{(Y + K)}{B}$$

在常態分配的假設下，

$$Y \sim \chi^2_1, \text{ 非中心參數為 } d = \frac{n^{\frac{1}{2}}|\mathbf{m} - T|}{\mathbf{S}}$$

$$Y \text{ 的 pdf 為 } f_Y(y) = \sum_{j=0}^{\infty} P_j(\mathbf{I}) f_{Y_j}(y)$$

$$\text{其中, } p_j(\mathbf{I}) = \left[\frac{e^{-\left(\frac{\mathbf{I}}{2}\right)} \left(\frac{\mathbf{I}}{2}\right)^j}{j!} \right],$$

$$\mathbf{I} = d^2,$$

$$Y_j \sim \chi^2_{1+2j}$$

$$K \sim \chi^2_{n-1}$$

故可得 \hat{C}_{pp} 的 pdf 為

$$f_{\hat{C}_{pp}}(x) = \left(\frac{nD^2}{\mathbf{S}^2} \right) \sum_{j=0}^{\infty} P_j(\mathbf{I}) \int_0^{\left(\frac{nD^2}{x}\right)} f_k\left(\frac{nD^2}{\mathbf{S}^2}x - y\right) f_{y_j}(y) dy$$

其中 $x \geq 0$

最佳估計式 \hat{C}_{pp} 的 r 階動差：

$$E(\hat{C}_{pp})^r = \left(\frac{\mathbf{S}^2}{nD^2} \right)^r \sum_{j=0}^{\infty} P_j(\mathbf{I}) * \frac{2^r \Gamma\left[\frac{n}{2} + j + r\right]}{\Gamma\left[\frac{n}{2} + j\right]}$$

當 $r = 1, r = 2$ 時，可求出

$$E(\hat{C}_{pp}) = C_{pp}$$

$$Var(\hat{C}_{pp}) = \frac{2\mathbf{s}^4}{nD^4} + \frac{4(\mathbf{m}-T)^2 \mathbf{s}^2}{nD^4}$$

故 \hat{C}_{pp} 是 C_{pp} 的一個不偏估計式且是充分完備統計量 (\bar{X}, S_n^2) 的函數，
所以， \hat{C}_{pp} 是一個最佳不偏估計式(UMVUE)

2. C_{ia} 的估計式

$\tilde{C}_{ia} = \frac{(\bar{X}-T)^2}{D^2}$ ，為 C_{ia} 的一個偏差估計量，其偏差大小為 $\frac{\mathbf{s}^2}{nD^2}$ 。

在常態配的假設下，

$$\tilde{C}_{ia} \sim \left(\mathbf{s}^2 / nD^2 \right) \mathbf{c}_{1,d}^2, \text{ 其非中心參數 } d = \frac{n^{\frac{1}{2}} |\mathbf{m}-T|}{\mathbf{s}}$$

\tilde{C}_{ia} 的 r 階動差

$$E(\tilde{C}_{ia})^r = \left[\frac{\mathbf{s}^2}{nD^2} \right]^r \sum_{j=0}^{\infty} P_j(\mathbf{I}) * \frac{2^r \Gamma\left[\frac{1}{2} + j + r\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{2} + j\right]}$$

$$MSE(\tilde{C}_{ia}) = \frac{3\mathbf{s}^4}{n^2 D^4} + \frac{4(\mathbf{m}-T)^2 \mathbf{s}^2}{nD^4}$$

\tilde{C}_{ia} 是一個偏量估計式，其偏量的大小為 $\frac{\mathbf{s}^2}{nD^2}$ 。

Greenwich 和 Jahr-Schaffrath(1995)提出一個 C_{ia} 的不偏估計式 \hat{C}_{ia}
其定義如下：

$$\hat{C}_{ia} = \frac{(\bar{X}-T)^2}{D^2} - \frac{S^2}{nD^2}$$

$$\text{其中 } S^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

在常態分配的假設下

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)} \mathbf{s}^2 \mathbf{c}_{n-1}^2$$

\hat{C}_{ia} 的機率密度函數為：

$$f_{\hat{C}_{ia}}(x) = \left[\frac{nD^2}{\mathbf{s}^2} \right] \sum_{j=0}^{\infty} P_j(I) \int_{I(x)}^{\infty} f_K \left[(n-1) \left(y - \frac{nD^2}{\mathbf{s}^2} x \right) \right] f_{y_j}(y) dy$$

\hat{C}_{ia} 的 r 階動差：

$$E(\hat{C}_{ia})^r = \left[\frac{\mathbf{s}^2}{nD^2} \right]^r \sum_{j=0}^{\infty} P_j(I) * \left\{ \frac{2^r \Gamma\left(\frac{n}{2} + j + r\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + j\right)} \right\} * \left\{ \sum_{i=0}^r \binom{r}{i} \left[\frac{-n}{n-1} \right]^{r-i} \frac{\Gamma\left[\frac{n-1}{2} + r + i\right] \Gamma\left(\frac{n}{2} + j\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2} + r + j - i\right)} \right\}$$

$$E(\hat{C}_{ia}) = C_{ia}$$

$$Var(\hat{C}_{ia}) = \frac{2\mathbf{s}^4}{n(n-1)D^4} + \frac{4(\mathbf{m}-T)^2 \mathbf{s}^2}{nD^4}$$

3. C_{ip} 的不偏估計式

依指標 C_{ip} 的定義，我們可以得到其自然不偏估計式：

$$\hat{C}_{ip} = \frac{S^2}{D^2}$$

在常態分配的假設下，

$$\hat{C}_{ip} \text{ 可表示為 } \left[\frac{\mathbf{s}^2}{(n-1)D^2} \right] \mathbf{c}_{n-1}^2$$

其 r 階動差為：

$$E(\hat{C}_{ip})^r = \left[\frac{\mathbf{s}^2}{(n-1)D^2} \right]^r * \frac{2^r \Gamma\left(r + \frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left[\frac{n-1}{2}\right]}$$

$$E(\hat{C}_{ip}) = C_{ip}$$

$$Var(\hat{C}_{ip}) = \frac{2\mathbf{s}^4}{(n-1)D^4}$$

4. Phillips, et.al. (1994-1995) 根據 Greenwich. 和 Jahr-Schaffrath (1995) 的觀點提出損失比 (loss ratio) $LR = 1 / C_{pm} = (CR + TR)^{1/2}$ ，其中 $CR = C_{ia}$ 且 $TR = C_{ip}$ 。因此，在評估製程準確性和精確性方面，指標 C_{pp} 優於指標 C_{pm}

及 C_{pmk} 。

2.3 Clements method

欲成功地掌握產品的品質及做好品質改良，有賴於貫徹實施品管活動，而成功實施品管活動又養賴於正確的製程能力分析之資訊。因此，正確的製程能力分析資訊是十分重要的。當品質特性為常態時，可利用統計方法之推導出製程能力指標 C_{pm} 的推薦最小值，再透過該推薦最小值提出一套判定製程是否達到能力水準與否的準則，使得由製程能力分析所獲得的資料更具客觀及正確。

當製程的品質特性之母體分配不為常態分配時，仍使用上述的推薦最小值之方法來判定製程水準，則會造成製程能力指標值的不正確。因此，Clements (1989) 對於製程能力指標在非常態 (non-normal) 下的情況，在 Pearson family distribution 的假設下提出以 $U-L$ 取代 6σ 和用中位數 M 取代 μ 的方法，並且應用 C_p ， C_{pk} 這兩個指標上。

其估計值如下：

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{\hat{U} - \hat{L}}$$

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \hat{M}}{\hat{U} - \hat{M}}, \frac{\hat{M} - LSL}{\hat{M} - \hat{L}} \right\}$$

Pearn, W. L., Kotz, S. (1994) 把 Clements 的方法應用在 C_{pm} ， C_{pmk} 兩個製程能力指標上。其估計值如下：

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{\hat{U} - \hat{L}}{6}\right)^2 + (\hat{M} - T)^2}}$$

$$\hat{C}_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - \hat{M}}{3\sqrt{\left(\frac{\hat{U} - \hat{M}}{3}\right)^2 + (\hat{M} - T)^2}}, \frac{\hat{M} - LSL}{3\sqrt{\left(\frac{\hat{M} - \hat{L}}{3}\right)^2 + (\hat{M} - T)^2}} \right\}$$

其中

$$\hat{U} = \bar{X} + U_p * S$$

$$\hat{L} = \bar{X} - L_p * S$$

$$\hat{M} = \bar{X} + M_p * S$$

U_p , L_p , M_p 則是由查表得知。

Clements 的方法之基本原理主要是模仿在常態的機率分配下，距離母體平均數 $m \pm 3s$ 以外的機率為 0.27%，故利用 U 為該品質特性的分配中第 99.865 百分位， L 表示該品質特性分配的第 0.135 百分位， $U-L$ 取代 6 σ 。且利用品質特性的分配中第 99.865 百分位與品質特性分配的第 0.135 百分位之間的寬度較六倍樣本標準差具有彈性。同樣的，製程期望值 m 的估計是用樣本中位數 M ，而不是用樣本平均數 \bar{x} 來估計。此乃是因為樣本中位數較不受極端值影響的關係。

經由上述四種製程能力指標運用在 Clements 的方法上，可以得到一種用來評估當製程分配不為常態分配 (non-normal) 時的製程能力指標。Boyles (1991) 指出在這四個指標中 C_p 與 C_{pk} 是以反應製程良率為基礎的指標，所以較能準確地反應製程良率。但是這兩個指標在設計上與目標值 T 沒有關係，所以對製程偏離目標值的反應不敏感，因此在製程平均數 μ 偏離目標值 T 的情況下，容易造成製程能力判斷上的錯誤的引導。因此，利用 C_{pm} 、 C_{pmk} 來評估製程能力是否達到需求，較能反映出製程實際的狀況。經由 Clements 的方法，可以讓我們更能靈活的運用 C_{pm} 、 C_{pmk} 在非常態製程下來評估製程的能力。

第三章、研究方法與步驟

3.1 研究方法

本論文是以製程能力弱度指標與 Clements' Method 為主要工具,針對傳統的製程能力指標之計算方法與 Clements' Method 兩者之間進行比較。由於傳統的製程能力指標之計算方法是假設製程母體的分配為常態分配,從樣本中所算出來的平均值與變異數直接求出製程能力指標的估計值。而 Clements' Method 則是以模仿常態分配以第 99.865 百分位數、第 50 百分位數及第 0.135 百分位數來估計品質特性的平均值、變異數。而本論文則是要探討當品質特性為下列分配時,使用傳統的製程能力指標之估計法與 Clements' Method 做比較。

1. Normal distribution
2. Chi_square distribution
3. Beta distribution
4. T distribution

3.1.1 Clements' Estimator

由第二章中,我們可得到製程能力弱度指標 C_{pp} 的基本定義,如下:

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left[\frac{1}{C_{PM}} \right]^2 \\ &= \left[\frac{\bar{m}-T}{D} \right]^2 + \left[\frac{s}{D} \right]^2 \\ &= \left[\frac{6(\bar{m}-T)}{USL-LSL} \right]^2 + \left[\frac{6s}{USL-LSL} \right]^2 \dots\dots\dots(3-1) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } D = \frac{d}{3}; d = \frac{USL-LSL}{2}$$

$$C_{ia} = \left[\frac{\bar{m}-T}{D} \right]^2 = \left[\frac{6(\bar{m}-T)}{USL-LSL} \right]^2$$

$$C_{ip} = \left[\frac{s}{D} \right]^2 = \left[\frac{6s}{USL-LSL} \right]^2$$

在 Pearson family distribution 的假設下，把 Clements 的方法運用於製程能力弱度指標 C_{pp} 上。既用 U-L 取代 6 和用中位數 M 來估計 μ 。其中 U 為該品質特性的分配中第 99.865 百分位，L 表示該品質特性分配的第 0.135 百分位，M 則表示為中位數。

當使用 Clements' Method 時，必須先估計樣本的四個表徵數，如平均值、變異數、偏態、峰態。接著利用偏態與峰態及 Pearson. 和 Hartley.(1971)做出來的 Standardized Tails of Pearson Curves (表一、表二) 及 Standardized Median of Pearson Curves (表三) 三個表，求出在 Pearson family distribution 下，各種不同的分配下在標準化之不同百分位之值： U_p 、 L_p 、 M_p 則分別表示各分配在標準化下之第 99.865 百分位、第 0.135 百分位、第 50 百分位。

當偏態 $Sk \geq 0$ 時，則用表一可求出 L_p (0.135%)【為表中值】

用表二可求出 U_p (99.865%)【為表中值】

用表三可求出 M_p (50%)【表中值加負號】

當偏態 $Sk < 0$ 時，則用表一可求出 U_p (99.865%)【為表中值】

用表二可求出 L_p (0.135%)【為表中值】

用表三可求出 M_p (50%)【為表中值】

在經由下列的公式,就可得到各分配在非標準化下的第 99.865 百分位 第 0.135 百分位、第 50 百分位。

$$U = \bar{X} + U_p * S \dots\dots\dots(3-2)$$

$$L = \bar{X} - L_p * S \dots\dots\dots(3-3)$$

$$M = \bar{X} + M_p * S \dots\dots\dots(3-4)$$

因此，我們可以由公式 (1) 得到使用 Clements' Method 下製程能力弱度指標的估計值列的估計式為：

$$C_{pp} = \left[\frac{6(M - T)}{USL - LSL} \right]^2 + \left[\frac{U - L}{USL - LSL} \right]^2 \dots\dots\dots(3-5)$$

其中 \hat{U} 為品質特性分配中之第 99.865 百分位的估計值

\hat{L} 為品質特性分配中之第 0.135 百分位的估計值

\hat{M} 為品質特性分配中之第 50 百分位的估計值

3.2 研究假設

在本論文中,我們使用 Clements' Method 來估計製程能力指標 在使用 Clements' Method 的時候,其基本假設是製程分配必須為 Pearson family distribution。因此,文中使用了下列幾種不同參數的製程分配：

1. Normal distribution

$N(0, 0.0625); N(0, 0.25); N(0, 0.5); N(0, 1);$
 $N(1, 0.0625); N(1, 0.25); N(1, 0.5); N(1, 1)$

2. Chi_square distribution

$\chi^2_2, \chi^2_3, \chi^2_4, \chi^2_5, \chi^2_6$

3. Beta distribution

$Beta(2, 2.0); Beta(2, 2.5); Beta(2, 2.5);$
 $Beta(3, 2.0); Beta(3, 2.5); Beta(3, 3.0)$

4. T distribution

$T_4; T_5; T_6; T_7$

此外,在本論文中,我們假設該製程母體的製程能力指標 C_p 均為 1,經由母體參數,我們可以求出品質特性之規格上限與規格下限的差距。也就是 $USL - LSL$ 。其計算公式如下：

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = 1 \dots \dots \dots (3-6)$$

$$\text{則 } USL - LSL = 6\sigma$$

在求得規格上下限之差距後,帶入公式(3-5)即可求得製程能力指標。

由於製程規格上下限的不同，會導致製程指標估計值的不同。因此，在本文中，為了讓製程能力指標能夠有較客觀性的估計值，所以提出此假設來進行傳統的製程能力指標估計法與 Clements' Method 之不同。若是任意選擇規格上下限，所算出來的製程能力指標可能與現實上所能接受的指標估計值相差甚遠。但也因為這一個假設的關係，所以本論文無法使用 C_{pk} 、 C_{pmk} 這兩個製程能力指標。

至於在製程目標值上，我們共分為兩個假設，一為製程目標值為該母體的平均數。二為製程目標值為平均數、平均數加一倍製程標準差、平均數加兩倍製程標準差。做這種假設的目的主要是利用電腦模擬來探討當製程目標值在平移時，對於製程能力指標做敏感度的分析。當製程目標值平移一倍標準差時，各種製程能力指標對於該製程的能力是否可以做出較為明確且正確的反應，好讓製程或品管工程師們可以做迅速的判斷與決策。

3.3 研究步驟

本論文的研究方式是利用電腦模擬產生非常態的製程能力指標之數據。文中使用了 Matlab、Excel 及 Visual Basic 三種軟體來計算製程能力指標。Matlab 是用來產生各種不同參數、不同分配的亂數，之所以會選用這種軟體主要是因為此軟體可產生較多種不同參數、不同分配的亂數。此外，此種軟體的使用上較為方便。

為了計算上的方便，本論文使用 Excel 的內建功能來計算製程分配的四個表徵數。除了計算方便外，方便文書處理亦是使用該軟體的主要原因。

Visual Basic 則是用來計算製程能力指標。在使用 Clements' Method 時，需利用製程分配的峰態、偏態來查表，Visual Basic 從資料檔讀取 Clements' Method 所要用的表格，再讀取從 Excel 所計算出來的製程分配之四個表徵數既可算出各種指標之值。使用此軟體主要是讓整個研究有較大的研究空間，只要選擇所要探討的製程分配及其參數，就可求得各種製程能力指標。

以下為本論文的研究步驟：

Step1. 建立模式。將 Clements' Method 應用在製程能力弱度指標上。由製程

能力弱度指標的原始公式把 σ 用 U-L 帶入、 μ 用 M 帶入，既可求得所要的模式。

- Step2. 將 Pearson. 和 Hartley.(1971)做出來的 Standardized Tails of Pearson Curves (表一、表二) 及 Standardized Median of Pearson Curves (表三) 三個表建立一個文字檔。
- Step3. 使用 Matlab 產生各種分配的數據。在進入該軟體的畫面後，選擇所要的製程分配，在鍵入在該製程分配下所要的參數既可產生所要的製程樣本。為減少樣本的抽樣誤差，所以在每一種製程分配下均產生 1000 筆資料。
- Step4. 接著利用 Excel 的功能把這 1000 筆資料的四個表徵值【平均數、標準差、峰態、偏態】算出來。此四個表徵數對於計算所有製程能力指標有相當大的影響。
- Step5. 將 Step2 所建立的文字檔 Call 入 Visual Basic
- Step6. 將 Step3 中所選擇的製程母體分配及該母體分配之平均數、變異數以及把 Step4 所求出來的四個表徵數輸入 Visual Basic 的程式中。
- Step7. 用製程母體的變異數求出該製程規格的上下限之差距，也就是用公式 (3) 求出 USL-LSL。
- Step8. 利用該製程分配樣本的峰態、偏態與上一步驟所讀入的表進行查表的工作，以求出 U_p 、 L_p 、 M_p ，並把求出的 U_p 、 L_p 、 M_p 分別帶入公式 (1-1、1-2、1-3) 以求出 \hat{U} 、 \hat{L} 、 \hat{M} 。
- Step9. 把求出 \bar{x} 、 \hat{S} 、 \hat{U} 、 \hat{L} 、 \hat{M} 、 $USL - LSL$ 帶入各種製程能力指標之公式及 Step1 所建立的模式，如此即可求得用傳統的方式及用 Clements' Method 兩種不同方式下所要估計的 C_p 、 C_{pm} 、 C_{pp} 、 C_{ia} 、 C_{ip} 。
- Step10. 用 Excel 把所求出來的作文書上的編輯，並進行傳統與 Clements'

Method 兩種估計方式的比較。在本論文中主要針對兩種製程的估計法來進行比較。由於在文中所使用的製程能力指標為 C_{pp} ，其特性為可分成兩個次指標，因此針對此兩個次指標的基本定義來做探討。也就是對製程目標值來做探討。

3.4 電腦模擬

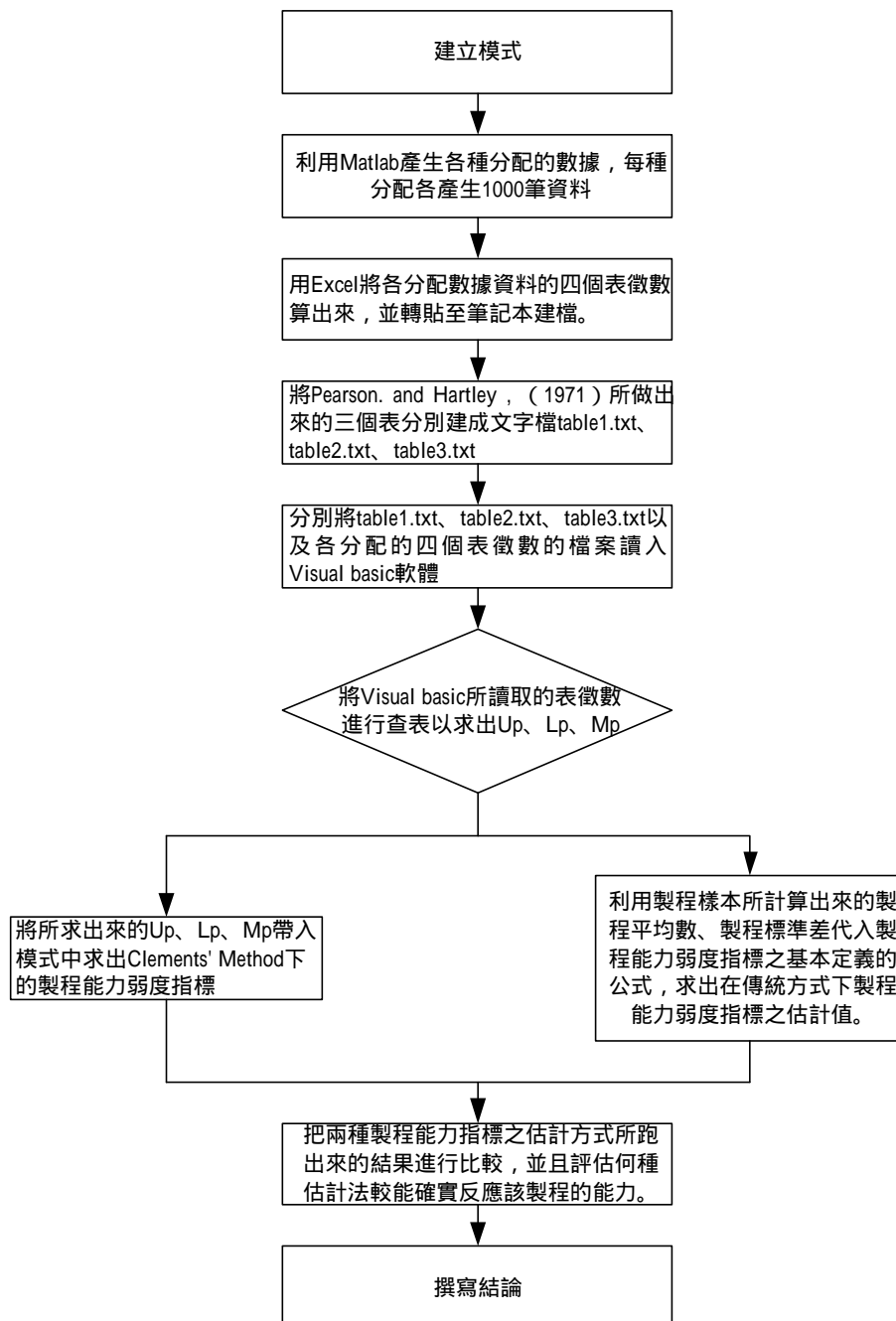


圖 3.1 電腦模擬流程圖

表 3.1 Standardized Tails of Pearson Curves $-L_p'$ (0.135%) for $Sk \geq 0$, U_p' (99.865%) for $Sk < 0$

k u	Skewness																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
-1.4	1.512	1.421	1.317	1.206	1.092	0.979	0.868	0.762													
-1.2	1.727	1.691	1.496	1.364	1.23	1.1	0.975	0.858	0.747												
-1	1.966	1.84	1.696	1.541	1.384	1.232	1.089	0.957	0.836												
-0.8	2.21	2.072	1.912	1.736	1.555	1.377	1.212	1.062	0.927	0.804	0.692										
-0.6	2.442	2.298	2.129	1.941	1.74	1.539	1.348	1.175	1.023	0.887	0.766	0.656									
-0.4	2.653	2.506	2.335	2.141	1.93	1.711	1.496	1.299	1.125	0.974	0.841	0.723	0.616								
-0.2	2.839	2.692	2.522	2.329	2.116	1.887	1.655	1.434	1.235	1.065	0.919	0.791	0.677	0.574							
0	3	2.856	2.689	2.5	2.289	2.059	1.817	1.578	1.356	1.163	1	0.861	0.739	0.63	0.531						
0.2	3.14	2.986	2.834	2.653	2.447	2.22	1.976	1.726	1.485	1.269	1.086	0.933	0.81	0.686	0.583						
0.4	3.261	3.088	2.952	2.785	2.589	2.368	2.127	1.873	1.619	1.382	1.178	1.008	0.865	0.742	0.634	0.536					
0.6	3.366	3.164	3.045	2.896	2.714	2.502	2.267	2.015	1.754	1.502	1.277	1.087	0.931	0.799	0.685	0.583	0.489				
0.8	3.458	3.222	3.118	2.986	2.821	2.622	2.396	2.148	1.887	1.625	1.381	1.172	1	0.857	0.736	0.629	0.533				
1	3.539	3.266	3.174	3.058	2.91	2.727	2.512	2.271	2.013	1.748	1.491	1.262	1.072	0.917	0.787	0.675	0.575	0.484			
1.2	3.611	3.3	3.218	3.115	2.983	2.817	2.616	2.385	2.132	1.876	1.602	1.357	1.149	0.979	0.84	0.721	0.617	0.524			
1.4	3.674	3.327	3.254	3.161	3.043	2.893	2.708	2.488	2.243	1.981	1.713	1.456	1.23	1.045	0.894	0.768	0.659	0.562	0.475		
1.6	3.731	3.349	3.282	3.199	3.092	2.957	2.787	2.581	2.345	2.089	1.821	1.556	1.316	1.113	0.95	0.815	0.701	0.6	0.51		
1.8	3.782	3.367	3.306	3.229	3.133	3.011	2.855	2.664	2.438	2.189	1.925	1.664	1.404	1.185	1.008	0.863	0.743	0.638	0.546	0.461	
2	3.828	3.382	3.325	3.255	3.167	3.055	2.914	2.736	2.524	2.283	2.023	1.755	1.494	1.261	1.068	0.913	0.785	0.676	0.58	0.494	
2.2	3.87	3.395	3.342	3.277	3.196	3.093	2.964	2.8	2.6	2.369	2.116	1.85	1.584	1.339	1.132	0.964	0.828	0.714	0.615	0.526	0.445
2.4	3.908	3.405	3.356	3.295	3.22	3.126	3.006	2.855	2.669	2.448	2.202	1.94	1.673	1.42	1.198	1.018	0.873	0.752	0.649	0.557	0.475
2.6	3.943	3.415	3.367	3.311	3.241	3.153	3.043	2.904	2.73	2.521	2.283	2.026	1.76	1.501	1.267	1.073	0.918	0.791	0.683	0.589	0.504
2.8	3.975	3.423	3.378	3.324	3.259	3.177	3.075	2.946	2.784	2.586	2.358	2.107	1.844	1.581	1.338	1.131	0.965	0.83	0.717	0.62	0.533
3	4.004	3.43	3.387	3.326	3.274	3.198	3.103	2.983	2.831	2.646	2.427	2.183	1.924	1.661	1.41	1.191	1.013	0.87	0.752	0.651	0.562
3.2	4.031	3.436	3.395	3.346	3.288	3.216	3.127	3.015	2.874	2.699	2.4991	2.254	2	1.738	1.483	1.253	1.063	0.911	0.787	0.681	0.59
3.4	4.056	3.441	3.402	3.356	3.3	3.233	3.149	3.043	2.911	2.747	2.549	2.321	2.072	1.813	1.555	1.317	1.115	0.953	0.822	0.712	0.618
3.6	4.079	3.446	3.408	3.364	3.311	3.247	3.168	3.069	2.945	2.79	2.602	2.383	2.14	1.884	1.626	1.381	1.169	0.996	0.858	0.744	0.646
3.8	4.101	3.45	3.414	3.371	3.321	3.259	3.184	3.091	2.974	2.829	2.651	2.44	2.205	1.953	1.695	1.446	1.224	1.041	0.895	0.775	0.674
4	4.121	3.454	3.419	3.378	3.329	3.271	3.2	3.111	3.001	2.964	2.695	2.494	2.265	2.018	1.762	1.51	1.281	1.088	0.932	0.807	0.702
4.2	4.14	3.458	3.423	3.384	3.337	3.281	3.213	3.129	3.025	2.895	2.735	2.543	2.321	2.08	1.827	1.574	1.338	1.135	0.971	0.839	0.73
4.4	4.157	3.461	3.428	3.389	3.344	3.29	3.225	3.145	3.047	2.923	2.771	2.588	2.374	2.138	1.889	1.636	1.396	1.184	1.011	0.872	0.758
4.6	4.174	3.464	3.431	3.394	3.35	3.299	3.236	3.16	3.066	2.949	2.805	2.629	2.424	2.194	1.848	1.697	1.453	1.234	1.052	0.905	0.786
4.8	4.189	3.466	3.435	3.399	3.356	3.306	3.246	3.173	3.084	2.972	2.835	2.668	2.47	2.246	2.005	1.756	1.51	1.285	1.094	0.939	0.815
5	4.204	3.469	3.438	3.403	3.362	3.313	3.256	3.186	3.1	2.994	2.863	2.703	2.513	2.296	2.059	1.813	1.566	1.336	1.137	0.975	0.844
5.2	4.218	3.471	3.441	3.406	3.367	3.32	3.264	3.197	3.114	3.013	2.888	2.735	2.562	2.342	2.111	1.867	1.621	1.387	1.181	1.01	0.874
5.4	4.231	3.473	3.444	3.41	3.371	3.326	3.272	3.207	3.128	3.031	2.911	2.765	2.589	2.366	2.16	1.92	1.675	1.438	1.225	1.047	0.904
5.6	4.243	3.475	3.446	3.413	3.375	3.331	3.279	3.216	3.14	3.047	2.933	2.793	2.624	2.427	2.206	1.97	1.727	1.489	1.27	1.085	0.935
5.8	4.255	3.477	3.448	3.416	3.379	3.336	3.286	3.225	3.152	3.062	2.952	2.818	2.656	2.465	2.25	2.019	1.778	1.539	1.316	1.123	0.966
6	4.266	3.478	3.451	3.419	3.383	3.341	3.292	3.233	3.162	3.076	2.97	2.841	2.685	2.501	2.292	2.065	1.827	1.588	1.361	1.162	0.999
6.2	4.276	3.48	3.453	3.422	3.386	3.345	3.297	3.24	3.172	3.089	2.987	2.863	2.713	2.535	2.332	2.109	1.874	1.635	1.407	1.202	1.031
6.4	4.286	3.481	3.454	3.424	3.389	3.349	3.303	3.247	3.181	3.1	3.003	2.883	2.739	2.567	2.369	2.151	1.919	1.682	1.452	1.242	1.065
6.6	4.296	3.483	3.456	3.426	3.392	3.353	3.308	3.254	3.189	3.111	3.017	2.902	2.763	2.597	2.405	2.191	1.962		1.496	1.282	1.099
6.8	4.305	3.484	3.458	3.429	3.395	3.357	3.312	3.26	3.197	3.122	3.03	2.919	2.785	2.624	2.438	2.229	2.004	1.771	1.54	1.323	1.134
7	4.313	3.485	3.459	3.431	3.398	3.36	3.316	3.265	3.204	3.131	3.043	2.936	2.806	2.651	2.469	2.265	2.044	1.814	1.583	1.363	1.169
7.2	4.322	3.486	3.461	3.432	3.4	3.363	3.321	3.27	3.211	3.14	3.054	2.951	2.825	2.675	2.499	2.3	2.083	1.855	1.625	1.403	1.204
7.4	4.33	3.487	3.462	3.434	3.403	3.366	3.324	3.275	3.218	3.148	3.065	2.965	2.843	2.698	2.527	2.333	2.12	1.895	1.666	1.443	1.24
7.6	4.337	3.488	3.464	3.436	3.406	3.369	3.328	3.28	3.224	3.156	3.075	2.978	2.86	2.72	2.554	2.364	2.155	1.933	1.706	1.482	1.276
7.8	4.344	3.489	3.465	3.437	3.407	3.372	3.331	3.284	3.229	3.164	3.085	2.99	2.876	2.74	25.79	2.394	2.189	1.97	1.744	1.521	1.311
8	4.351	3.49	3.466	3.439	3.409	3.374	3.335	3.289	3.235	3.171	3.094	3.002	2.891	2.759	2.603	2.422	2.221	2.005	1.782	1.559	1.347
8.2	4.358	3.491	3.467	3.44	3.411	3.377	3.338	3.292	3.24	3.177	3.103	3.013	2.906	2.777	2.625	2.449	2.252	2.04	1.818	1.596	1.382
8.4	4.365	3.492	3.468	3.442	3.412	3.379	3.34	3.296	3.244	3.183	3.111	3.023	2.919	2.794	2.646	2.475	2.282	2.073	1.854	1.632	1.418
8.6	4.371	3.493	3.469	3.443	3.414	3.381	3.343	3.3	3.249	3.189	3.118	3.033	2.932	2.81	2.666	2.499	2.31	2.104	1.888	1.667	1.452
8.8	4.377	3.493	3.47	3.444	3.416	3.383	3.346	3.303	3.253	3.195	3.125	3.042	2.943	2.825	2.685	2.522	2.337	2.135	1.921	1.702	1.486
9	4.382	3.494	3.471	3.445	3.417	3.385	3.348	3.306	3.257	3.2	3.132	3.051	2.955	2.839	2.703	2.544	2.363	2.164	1.953	1.736	1.52
9.2	4.388	3.495	3.472	3.447	3.418	3.387	3.351	3.309	3.261	3.205	3.138	3.059	2.965	2.853	2.72	2.565	2.388	2.192	1.984	1.768	1.553
9.4	4.393	3.495	3.473	3.448	3.42	3.388	3.353	3.312	3.256	3.209	3.144	3.067	2.975	2.866	2.736	2.585	2.411	2.219	2.014	1.8	1.586
9.6	4.398	3.496	3.473	3.449	3.421	3.39	3.355	3.315	3.268	3.214	3.15	3.075	2.985	2.878	2.752	2.604	2.434	2.245	2.042	1.831	1.617
9.8	4.403	3.496	3.474	3.45	3.422	3.392	3.357	3.317	3.272	3.218	3.156	3.082	2.994	2.89	2.766	2.622	2.456	2.271	2.07	1.861	1.

表 3.2 Standardized Tails of Pearson Curves—Up' (99.865%) for Sk>=0, Lp' (0.135%) for Sk<0

K u	S k																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
-1.4	1.512	1.584	1.632	1.655	1.653	1.626	1.579	1.516													
-1.2	1.727	1.813	1.871	1.899	1.895	1.861	1.803	1.726	1.636												
-1	1.966	2.065	2.134	2.17	2.169	2.131	2.061	1.966	1.856												
-0.8	2.21	2.32	2.4	2.446	2.454	2.442	2.349	2.241	2.108	1.965	1.822										
-0.6	2.442	2.56	2.648	2.704	2.726	2.708	2.646	2.54	2.395	2.225	2.052	1.885									
-0.4	2.653	2.774	2.869	2.934	2.969	2.968	2.926	2.837	2.699	2.518	2.314	2.114	1.928								
-0.2	2.839	2.961	3.06	3.133	3.178	3.194	3.173	3.109	2.993	2.824	2.608	2.373	2.152	1.952							
0	3	3.123	3.224	3.303	3.358	3.387	3.385	3.345	3.259	3.116	2.914	2.665	2.405	2.169	1.96						
0.2	3.14	3.261	3.364	3.447	3.51	3.55	3.564	3.546	3.488	3.378	3.206	2.7	2.69	2.412	2.167						
0.4	3.261	3.381	3.484	3.57	3.639	3.688	3.715	3.715	3.681	3.603	3.468	3.264	2.993	2.687	2.398	2.149					
0.6	3.366	3.485	3.588	3.676	3.749	3.805	3.843	3.858	3.844	3.793	3.693	3.529	3.29	2.984	2.658	2.366	2.119				
0.8	3.458	3.575	3.678	3.768	3.844	3.905	3.951	3.978	3.981	3.953	3.883	3.758	3.561	3.283	2.945	2.609	5.322				
1	3.539	3.654	3.757	3.847	3.926	3.991	4.044	4.08	4.096	4.087	4.043	3.952	3.797	3.561	3.243	2.881	2.547	2.269			
1.2	3.611	3.724	3.826	3.917	3.997	4.066	4.124	4.167	4.194	4.208	4.177	4.115	3.998	3.808	3.529	3.172	2.798	2.476			
1.4	3.674	3.786	3.887	3.978	4.06	4.131	4.193	4.243	4.278	4.296	4.29	4.252	4.168	4.02	3.789	3.463	3.075	2.705	2.399		
1.6	3.731	3.842	3.942	4.033	4.115	4.189	4.253	4.308	4.351	4.378	4.386	4.367	4.311	4.2	4.015	3.736	3.364	5.961	2.609		
1.8	3.782	3.891	3.99	4.081	4.164	4.239	4.307	4.365	4.414	4.449	4.468	4.472	4.431	4.352	4.209	3.979	3.646	3.238	2.84	2.511	
2	3.828	3.936	4.034	4.125	4.208	4.285	4.354	4.416	4.468	4.511	4.539	4.549	4.532	4.479	4.372	4.189	3.907	3.522	3.095	2.719	
2.2	3.87	3.976	4.073	4.164	4.248	4.325	4.396	4.46	4.517	4.564	4.6	4.62	4.619	4.587	4.51	4.369	4.137	3.796	3.37	2.949	2.603
2.4	3.908	4.013	4.109	4.199	4.283	4.361	4.433	4.5	4.559	4.611	4.653	4.682	4.693	4.678	4.627	4.521	4.336	4.047	3.648	3.201	2.808
2.6	3.943	4.046	4.142	4.231	4.315	4.394	4.467	4.535	4.597	4.653	4.71	4.736	4.757	4.756	4.725	4.649	4.506	4.269	3.916	3.471	3.033
2.8	3.975	4.077	4.172	4.261	4.344	4.423	4.498	4.567	4.631	4.69	4.741	4.783	4.812	4.824	4.809	4.758	4.65	4.46	4.16	3.745	3.28
3	4.004	4.105	4.199	4.287	4.371	4.45	4.525	4.596	4.662	4.723	4.777	4.824	4.86	4.882	4.881	4.85	4.771	4.623	4.376	4.007	3.544
3.2	4.031	4.131	4.224	4.312	4.396	4.475	4.55	4.622	4.689	4.752	4.81	4.861	4.903	4.932	4.994	4.929	4.875	4.762	4.563	4.247	3.813
3.4	4.056	4.155	4.247	4.335	4.418	4.498	4.573	4.645	4.714	4.779	4.839	4.893	4.94	4.976	4.997	4.996	4.963	4.88	4.723	4.461	4.072
3.6	4.079	4.177	4.269	4.356	4.439	4.518	4.594	4.667	4.737	4.803	4.865	4.922	4.973	5.015	5.044	5.055	5.038	4.98	4.859	4.647	4.311
3.8	4.101	4.197	4.288	4.375	4.458	4.537	4.614	4.687	4.757	4.825	4.888	4.948	5.002	5.049	5.085	5.106	5.103	5.066	4.976	4.806	4.524
4	4.121	4.217	4.307	4.393	4.476	4.555	4.631	4.705	4.776	4.845	4.91	4.972	5.029	5.08	5.122	5.15	5.159	5.139	5.075	4.943	4.712
4.2	4.14	4.234	4.324	4.41	4.492	4.571	4.648	4.722	4.794	4.863	4.929	4.993	5.052	5.107	5.153	5.189	5.208	5.202	5.159	5.059	4.873
4.4	4.157	4.251	4.34	4.425	4.508	4.587	4.663	4.737	4.809	4.879	4.947	5.012	5.074	5.131	5.181	5.223	5.25	5.257	5.232	5.159	5.012
4.6	4.174	4.267	4.355	4.44	4.522	4.601	4.677	4.752	4.824	4.895	4.963	5.029	5.093	5.152	5.207	5.253	5.288	5.305	5.295	5.244	5.131
4.8	4.189	4.281	4.369	4.454	4.535	4.614	4.691	4.765	4.838	4.909	4.978	5.045	5.11	5.172	5.229	5.28	5.321	5.346	5.349	5.318	5.233
5	4.204	4.295	4.383	4.467	4.548	4.627	4.703	4.778	4.851	4.922	4.992	5.06	5.126	5.19	5.249	5.303	5.35	5.383	5.396	5.381	5.32
5.2	4.218	4.308	4.395	4.479	4.56	4.638	4.715	4.789	4.862	4.934	5.004	5.073	5.141	5.206	5.267	5.325	5.376	5.415	5.437	5.436	5.395
5.4	4.231	4.321	4.407	4.49	4.571	4.649	4.725	4.8	4.873	4.945	5.016	5.086	5.154	5.22	5.284	5.344	5.399	5.443	5.474	5.483	5.46
5.6	4.243	4.332	4.418	4.501	4.581	4.659	4.736	4.81	4.884	4.956	5.027	5.097	5.166	5.233	5.299	5.361	5.418	5.468	5.505	5.525	5.516
5.8	4.255	4.343	4.429	4.511	4.591	4.669	4.745	4.82	4.893	4.966	5.037	5.108	5.177	5.246	5.312	5.376	5.436	5.491	5.533	5.561	5.565
6	4.266	4.354	4.439	4.521	4.6	4.678	4.754	4.829	4.902	4.975	5.046	5.117	5.188	5.257	5.325	5.39	5.452	5.511	5.558	5.593	5.608
6.2	4.276	4.364	4.448	4.53	4.609	4.695	4.763	4.837	4.911	4.983	5.055	5.126	5.197	5.267	5.336	5.403	5.467	5.529	5.581	5.621	5.645
6.4	4.286	4.373	4.457	4.538	4.618	4.703	4.771	4.845	4.919	4.991	5.063	5.135	5.206	5.276	5.346	5.414	5.48	5.542	5.6	5.646	5.678
6.6	4.296	4.382	4.466	4.547	4.626	4.71	4.778	4.853	4.926	4.999	5.071	5.143	5.214	5.285	5.356	5.425	5.492	5.557	5.618	5.669	5.706
6.8	4.305	4.391	4.474	4.554	4.633	4.717	4.785	4.86	4.933	5.006	5.078	5.15	5.222	5.293	5.364	5.434	5.503	5.569	5.634	5.688	5.732
7	4.313	4.399	4.481	4.562	4.64	4.724	4.792	4.867	4.94	5.013	5.085	5.157	5.229	5.301	5.372	5.443	5.513	5.581	5.648	5.706	5.754
7.2	4.322	4.406	4.489	4.569	4.647	4.73	4.799	4.873	4.946	5.019	5.091	5.164	5.236	5.308	5.38	5.451	5.522	5.591	5.658	5.722	5.775
7.4	4.33	4.414	4.496	4.576	4.654	4.736	4.805	4.879	4.952	5.025	5.097	5.17	5.242	5.314	5.387	5.459	5.53	5.601	5.669	5.736	5.792
7.6	4.337	4.421	4.503	4.582	4.66	4.742	4.811	4.885	4.958	5.031	5.103	5.175	5.248	5.32	5.393	5.466	5.538	5.609	5.679	5.749	5.808
7.8	4.344	4.428	4.509	4.588	4.666	4.747	4.817	4.89	4.963	5.036	5.109	5.181	5.253	5.326	5.399	5.472	5.545	5.617	5.688	5.758	5.823
8	4.351	4.434	4.515	4.594	4.672	4.753	4.822	4.896	4.969	5.041	5.114	5.186	5.259	5.331	5.404	5.478	5.551	5.624	5.696	5.771	5.836
8.2	4.358	4.441	4.521	4.6	4.677	4.758	4.827	4.901	4.974	5.046	5.118	5.191	5.263	5.336	5.413	5.483	5.557	5.631	5.704	5.775	5.847
8.4	4.365	4.447	4.527	4.605	4.682	4.762	4.832	4.905	4.978	5.051	5.123	5.195	5.268	5.341	5.414	5.488	5.562	5.637	5.71	5.783	5.858
8.6	4.371	4.452	4.532	4.611	4.687	4.767	4.837	4.91	4.983	5.055	5.127	5.2	5.272	5.345	5.419	5.493	5.567	5.642	5.717	5.79	5.867
8.8	4.377	4.458	4.538	4.616	4.692	4.772	4.841	4.914	4.978	5.059	5.132	5.204	5.276	5.349	5.423	5.497	5.572	5.647	5.722	5.797	5.875
9	4.382	4.463	4.543	4.621	4.697	4.776	4.845	4.918	4.991	5.063	5.135	5.208	5.28	5.353	5.427	5.501	5.576	5.652	5.727	5.803	5.883
9.2	4.388	4.468	4.548	4.625	4.701	4.78	4.85	4.923	4.995	5.067	5.139	5.211	5.284	5.357	5.431	5.505	5.58	5.656	5.732	5.808	5.883
9.4	4.393	4.473	4.552	4.63	4.705	4.784	4.854	4.926	4.999	5.071	5.143	5.215	5.287	5.361	5.434	5.509	5.584	5.66	5.736	5.813	5.889
9.6	4.398	4.478	4.557	4.634	4.71	4.788	4.857	4.93	5.002	5.074	5.146	5.218	5.291	5.364	5.437	5.512	5.587	5.663	5.74	5.817	5.894
9.8	4.403	4.483	4.561	4.638	4.714	4.791	4.861	4.934	5.006	5.078	5.149	5.222	5.294	5.367	5.44	5.515	5.59	5.667	5.744	5.821	

表 3.3 Standardized Tails of Pearson Curves—M' (50%) , Change sign for Sk>0

K u	S k																				
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
-1.4	0	0.053	0.111	0.184	0.282	0.424	0.627	0.754													
-1.2	0	0.039	0.082	0.132	0.196	0.284	0.412	0.591	0.727												
-1	0	0.031	0.065	0.103	0.151	0.212	0.297	0.419	0.586												
-0.8	0	0.026	0.054	0.085	0.123	0.169	0.231	0.317	0.439	0.598	0.681										
-0.6	0	0.023	0.047	0.073	0.104	0.142	0.19	0.254	0.343	0.468	0.616	0.653									
-0.4	0	0.02	0.041	0.064	0.091	0.122	0.161	0.212	0.28	0.375	0.504	0.633	0.616								
-0.2	0	0.018	0.037	0.058	0.081	0.108	0.141	0.183	0.237	0.311	0.413	0.542	0.638	0.574							
0	0	0.017	0.034	0.053	0.073	0.097	0.126	0.161	0.206	0.266	0.347	0.456	0.579	0.621	0.531						
0.2	0	0.015	0.032	0.049	0.068	0.089	0.114	0.145	0.183	0.233	0.299	0.388	0.501	0.605	0.582						
0.4	0	0.014	0.029	0.045	0.063	0.082	0.105	0.132	0.165	0.208	0.263	0.336	0.433	0.545	0.607	0.536					
0.6	0	0.013	0.028	0.043	0.059	0.077	0.097	0.122	0.151	0.188	0.235	0.297	0.379	0.481	0.579	0.579	0.489				
0.8	0	0.013	0.026	0.04	0.055	0.072	0.091	0.113	0.14	0.172	0.213	0.266	0.336	0.425	0.527	0.59	0.533				
1	0	0.012	0.025	0.038	0.053	0.068	0.086	0.106	0.13	0.159	0.196	0.242	0.301	0.379	0.474	0.563	0.569	0.484			
1.2	0	0.011	0.024	0.036	0.05	0.065	0.082	0.1	0.122	0.148	0.181	0.222	0.274	0.341	0.426	0.52	0.576	0.524			
1.4	0	0.011	0.023	0.035	0.048	0.062	0.078	0.095	0.116	0.14	0.169	0.206	0.252	0.31	0.385	0.474	0.554	0.555	0.475		
1.6	0	0.01	0.022	0.034	0.046	0.06	0.074	0.091	0.11	0.132	0.159	0.192	0.233	0.285	0.351	0.432	0.518	0.564	0.51		
1.8	0	0.01	0.021	0.032	0.044	0.057	0.072	0.087	0.105	0.126	0.151	0.18	0.217	0.264	0.323	0.396	0.48	0.549	0.54	0.461	
2	0	0.009	0.02	0.031	0.043	0.055	0.069	0.084	0.101	0.12	0.143	0.171	0.204	0.246	0.299	0.365	0.443	0.521	0.552	0.494	
2.2	0	0.009	0.02	0.03	0.042	0.054	0.067	0.081	0.097	0.115	0.137	0.162	0.193	0.231	0.279	0.338	0.41	0.488	0.544	0.522	0.445
2.4	0	0.009	0.019	0.029	0.04	0.052	0.065	0.078	0.094	0.111	0.131	0.155	0.183	0.218	0.261	0.315	0.381	0.456	0.524	0.538	0.475
2.6	0	0.008	0.018	0.029	0.039	0.051	0.063	0.076	0.091	0.107	0.126	0.148	0.175	0.207	0.246	0.295	0.355	0.426	0.498	0.539	0.503
2.8	0	0.008	0.018	0.028	0.038	0.049	0.061	0.074	0.088	0.104	0.122	0.143	0.167	0.197	0.233	0.278	0.333	0.398	0.47	0.526	0.522
3	0	0.008	0.017	0.027	0.037	0.048	0.059	0.072	0.085	0.101	0.118	0.138	0.161	0.189	0.222	0.263	0.313	0.374	0.443	0.506	0.53
3.2	0	0.008	0.017	0.027	0.037	0.047	0.058	0.07	0.083	0.098	0.114	0.133	0.155	0.181	0.212	0.25	0.296	0.352	0.417	0.483	0.525
3.4	0	0.008	0.017	0.026	0.036	0.046	0.057	0.068	0.081	0.095	0.111	0.129	0.15	0.174	0.203	0.239	0.281	0.333	0.394	0.46	0.513
3.6	0	0.007	0.016	0.025	0.035	0.045	0.056	0.067	0.079	0.093	0.108	0.125	0.145	0.168	0.196	0.228	0.268	0.316	0.373	0.437	0.495
3.8	0	0.007	0.016	0.025	0.034	0.044	0.054	0.066	0.078	0.091	0.105	0.122	0.141	0.163	0.188	0.219	0.256	0.301	0.354	0.415	0.475
4	0	0.007	0.015	0.025	0.034	0.043	0.053	0.064	0.076	0.089	0.103	0.119	0.137	0.158	0.182	0.211	0.246	0.288	0.337	0.395	0.455
4.2	0	0.007	0.015	0.024	0.033	0.043	0.053	0.063	0.075	0.087	0.101	0.116	0.133	0.153	0.176	0.204	0.236	0.276	0.322	0.376	0.435
4.4	0	0.007	0.015	0.024	0.033	0.042	0.052	0.062	0.073	0.085	0.099	0.113	0.13	0.149	0.171	0.197	0.228	0.265	0.308	0.359	0.416
4.6	0	0.007	0.015	0.023	0.032	0.041	0.051	0.061	0.072	0.084	0.097	0.111	0.127	0.145	0.167	0.191	0.22	0.255	0.296	0.344	0.399
4.8	0	0.006	0.015	0.023	0.032	0.041	0.05	0.06	0.071	0.082	0.095	0.109	0.124	0.142	0.162	0.186	0.213	0.246	0.285	0.33	0.382
5	0	0.006	0.014	0.023	0.031	0.04	0.049	0.059	0.07	0.081	0.093	0.107	0.122	0.139	0.158	0.181	0.207	0.238	0.274	0.317	0.367
5.2	0	0.006	0.014	0.022	0.031	0.04	0.049	0.058	0.069	0.08	0.092	0.105	0.119	0.136	0.155	0.176	0.201	0.231	0.265	0.306	0.353
5.4	0	0.006	0.014	0.022	0.03	0.039	0.048	0.057	0.068	0.078	0.09	0.103	0.117	0.133	0.151	0.172	0.196	0.224	0.257	0.295	0.34
5.6	0	0.006	0.014	0.022	0.03	0.039	0.047	0.057	0.067	0.077	0.089	0.101	0.115	0.131	0.148	0.168	0.191	0.218	0.249	0.285	0.328
5.8	0	0.006	0.014	0.022	0.03	0.038	0.047	0.056	0.066	0.076	0.087	0.1	0.113	0.128	0.145	0.164	0.186	0.212	0.242	0.277	0.317
6	0	0.006	0.014	0.021	0.029	0.038	0.046	0.055	0.065	0.075	0.086	0.098	0.111	0.126	0.142	0.161	0.182	0.207	0.235	0.268	0.307
6.2	0	0.006	0.013	0.021	0.029	0.037	0.046	0.055	0.064	0.074	0.085	0.097	0.11	0.124	0.14	0.158	0.178	0.202	0.229	0.261	0.298
6.4	0	0.006	0.013	0.021	0.029	0.037	0.045	0.054	0.063	0.073	0.084	0.096	0.108	0.122	0.137	0.155	0.175	0.197	0.223	0.254	0.289
6.6	0	0.006	0.013	0.021	0.028	0.037	0.045	0.054	0.063	0.073	0.083	0.094	0.107	0.12	0.135	0.152	0.171	0.193	0.218	0.247	0.281
6.8	0	0.006	0.013	0.021	0.028	0.036	0.044	0.053	0.062	0.072	0.082	0.093	0.105	0.118	0.133	0.15	0.168	0.189	0.213	0.241	0.273
7	0	0.005	0.013	0.02	0.028	0.036	0.044	0.053	0.061	0.071	0.081	0.092	0.104	0.117	0.131	0.147	0.165	0.185	0.209	0.236	0.267
7.2	0	0.005	0.013	0.02	0.028	0.036	0.044	0.052	0.061	0.07	0.08	0.091	0.103	0.115	0.129	0.145	0.162	0.182	0.205	0.23	0.26
7.4	0	0.005	0.013	0.02	0.027	0.035	0.043	0.052	0.06	0.07	0.079	0.09	0.101	0.114	0.128	0.143	0.16	0.179	0.201	0.226	0.254
7.6	0	0.005	0.012	0.02	0.027	0.035	0.043	0.051	0.06	0.069	0.079	0.089	0.1	0.113	0.126	0.141	0.157	0.176	0.197	0.221	0.249
7.8	0	0.005	0.012	0.02	0.027	0.035	0.043	0.051	0.059	0.068	0.078	0.088	0.099	0.111	0.124	0.139	0.155	0.173	0.193	0.217	0.243
8	0	0.005	0.012	0.019	0.027	0.034	0.042	0.05	0.059	0.068	0.077	0.087	0.098	0.11	0.123	0.137	0.153	0.17	0.19	0.213	0.238
8.2	0	0.005	0.012	0.019	0.027	0.034	0.042	0.05	0.058	0.067	0.076	0.086	0.097	0.109	0.121	0.135	0.151	0.168	0.187	0.209	0.234
8.4	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.034	0.042	0.05	0.058	0.067	0.076	0.086	0.096	0.108	0.12	0.134	0.149	0.165	0.184	0.205	0.229
8.6	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.034	0.041	0.049	0.057	0.066	0.075	0.085	0.095	0.107	0.119	0.132	0.147	0.163	0.181	0.202	0.225
8.8	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.033	0.041	0.049	0.057	0.066	0.075	0.084	0.094	0.106	0.118	0.131	0.145	0.161	0.179	0.199	0.221
9	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.033	0.041	0.049	0.057	0.065	0.074	0.084	0.094	0.105	0.116	0.129	0.143	0.159	0.176	0.196	0.218
9.2	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.033	0.04	0.048	0.056	0.065	0.073	0.083	0.093	0.104	0.115	0.128	0.142	0.157	0.174	0.193	0.214
9.4	0	0.005	0.012	0.019	0.026	0.033	0.04	0.048	0.056	0.064	0.073	0.082	0.092	0.103	0.114	0.127	0.14	0.155	0.172	0.19	0.211
9.6	0	0.005	0.012	0.019	0.025	0.033	0.04	0.048	0.055	0.064	0.072	0.082	0.091	0.102	0.113	0.125	0.139	0.153	0.17	0.188	0.208
9.8	0	0.005	0.012	0.018	0.025	0.032	0.04	0.047	0.055	0.063	0.072	0.081	0.091	0.101	0.112	0.124	0.137	0.152	0.168	0.185	0.205
10	0	0.005	0.011	0.018	0.025	0.032	0.04	0.047	0.055	0.063	0.071	0.08	0.09	0.1	0.111	0.123	0.136	0.15	0.166	0.183	

第四章 實驗設計

本論文的主要目的是針對傳統的製程能力指標估計方法在非常態的製程裡無法確實反應製程能力的缺點，逕而提出一個新的製程能力指標 C_{pp} 以及結合 Clements' Method 來估計該製程的能力。因此提出三個實驗來進行比較。

- (1) 首先針對傳統製程能力的估計方式與 Clements' Method 來進行比較。但在使用 Clements' Method 時，必須假設製程分配為 Pearson family distribution 方可使用此製程能力之估計法。因此，在本論文中，我們選擇下列幾種分配來作分析：

1. Normal distribution
2. Chi_square distribution
3. Beta distribution
4. T distribution

- (2) 在本論文中，使用了一個新的製程能力指標，叫做 C_{pp} (製程能力弱度指標)，該指標的優點就是將 C_{pp} 在分解成兩個次指標： C_{ia} 與 C_{ip} 。其中 C_{ia} 為偏差指標，可用來評估製程的準確性，也就是製程平均數與目標值偏離的程度。而 C_{ip} 為變異指標，用來評估製程的精確性，也就是製程變異的程度。故在文中，針對這兩個次指標作不同的假設，分別如下：

- 1 在同一製程分配下，針對不同的目標值來對 C_{ia} 作敏感度分析。在實驗中，針對製程目標值做三種比較：

$$T = m$$

$$T = m + s$$

$$T = m + 2s$$

- 2 在同一種製程分配下，選用不同的製程變異來評估 C_{ip} 的敏感性。因此針對同一種分配的母體參數作改變，並對製程指標 C_{ip} 作敏感度分析。

4.1 傳統製程能力的估計方式與 Clements' Method 來進行比較

4.1.1 Normal distribution

在傳統的製成能力指標之估計時，大都是假設製程分配為常態分配來估計。當製程

分配不為常態分配時，使用傳統的製程能力指標估計法將無法確實的反映出該製程的能力。因此在本論文中，提出 Clements' Method 來解決此問題。為了要驗證 Clements' Method 是否能確實反應製程的能力，故在此提出常態分配來進行比較。

在本論文中，我們將根據常態製程母體參數的不同，製程分配的表徵數如峰態、偏態亦有所不同，來探討傳統的製程能力估計法與 Clements' Method 對於製程分配的表徵數之不同是否又影響。

以下為所要探討的常態分配其機率密度函數、期望平均值、期望變異數以及在此製程分配下所要探討的母體參數：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad -\infty < x < \infty$$

$$E(x) = \mu$$

$$Var(x) = \sigma^2$$

$$N(0, 0.25); N(0, 0.5); N(0, 1);$$

$$N(1, 0.25); N(1, 0.5); N(1, 1)$$

根據所要探討的製程母體，經過 Matlab 軟體的亂數產生器所產生的 1000 筆資料，得到該樣本的平均數、標準差、製程偏態以及峰態，如下表。

表 4.1 Normal 分配製程的各種參數

	N(0,0.25)	N(0,0.5)	N(0,1)	N(1,0.25)	N(1,0.5)	N(1,1)
母體平均數	0	0	0	1	1	1
母體變異數	0.25	0.5	1	0.25	0.5	1
樣本平均數	0.0029503	0.0085702	0.0041829	1.0018438	1.0209828	1.0063674
樣本標準差	0.49279965	0.70504205	1.01703618	0.50330232	0.69605134	0.99971229
樣本偏態	-0.0413417	0.01704415	0.09283273	-0.1497702	-0.0403681	0.00686311
樣本峰態	-0.0975708	-0.0840313	0.17583046	0.21402498	0.05203335	-0.0262944
樣本變異數	0.24285149	0.4970843	1.0343626	0.25331322	0.48448747	0.99942468

4.1.2 Beta distribution

此種製程分配共有兩個母體參數，分別為 α 與 β 。其機率密度函數、期望平均值、期望變異數及所要探討的製程分配如下：

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} c^{a-1} (1-c)^{b-1} \quad 0 < x < 1 ; a, b > 0$$

$$E(X) = \frac{a}{a+b}$$

$$Var(X) = \frac{ab}{(a+b)^2 * (a+b+1)}$$

Beta(2,2.0); Beta(2,2.5); Beta(2,3.0);

Beta(3,2.0); Beta(3,2.5); Beta(3,3.0)

根據以上的製程分配，我們將依據偏態的不同分成以下三類：

Sk>0 Beta(2,2.5)、Beta(2,3.0)

Sk=0 Beta(2,2.0)

Sk<0 Beta(3,3.0)、Beta(3,2.5)、Beta(3,2.0)

根據所要探討的製程母體，經過 Matlab 軟體的亂數產生器所產生的 1000 筆資料，得到該樣本的平均數、標準差、製程偏態、峰態均列於下表，表中所估計出來的估計量與理論上的值相差無幾：

表 4.2 Beta 製程分配的各种參數

製程分配	Beta(2,2.0)	Beta(2,2.5)	Beta(2,3.0)	Beta(3,2.0)	Beta(3,2.5)	Beta(3,3.0)
母體平均數	0.5	0.444	0.4	0.6	0.545454	0.5
母體變異數	0.05	0.0448933	0.04	0.0625	0.0381436	0.0357142
樣本平均數	0.5068778	0.4363628	0.4026487	0.6061985	0.5368652	0.4983851
樣本標準差	0.22431018	0.20835259	0.19928898	0.20030414	0.19860652	0.19051271
樣本偏態	-0.0456543	0.19816052	0.21731871	-0.3225059	-0.1100032	-0.0264549
樣本峰態	-0.9494021	-0.7009652	-0.7121649	-0.6617196	-0.725261	-0.7167074

4.1.3 Chi_square distribution

此種分配為一個右偏分配且其偏態隨著該分配的自由度的增加而變小，其峰態則隨著該分配的自由度的增加而變小。其機率密度函數、期望平均值、期望變異數如下：

$$f(\mathbf{c}) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \mathbf{c}^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{\mathbf{c}}{2}} \quad x > 0$$

$$E(\mathbf{c}) = k$$

$$Var(\mathbf{c}) = 2k$$

在本文中，所要探討的製程分配如下：

$$\chi_2^2, \chi_3^2, \chi_4^2, \chi_5^2, \chi_6^2$$

由以上的公式可知，當該製程分配的自由度增加時，其製程偏態則是逐漸的減少，而峰態係數則隨著自由度的增加而減少。

根據所要探討的製程母體，經過 Matlab 軟體的亂數產生器所產生的 1000 筆資料，得到該樣本的平均數、標準差、製程偏態以及峰態，如下表：

表 4.3 Chi_square 製程分配的各种参数

製程分配	\mathbf{c}_2	\mathbf{c}_3	\mathbf{c}_4	\mathbf{c}_5	\mathbf{c}_6
母體平均數	2	3	4	5	6
母體變異數	4	6	8	10	12
樣本平均數	2.0217401	2.8673668	4.081058	5.1175856	5.9643115
樣本標準差	2.019663883	2.299400709	2.829193375	3.331861959	3.429620225
樣本偏態	1.964267103	1.524110509	1.435243219	1.313156184	1.259653291
樣本峰態	5.46626708	3.380358332	3.03527568	2.543167357	2.598946707

4.1.4 T distribution

T 分配與常態分配一樣，兩者都是屬於對稱分配，以下則為機率密度函數、期望平均值、期望變異數以及在此製程分配下所要探討的母體參數：

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{(n\mathbf{p})^{1/2}\Gamma(n/2)}\left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \quad -\infty < x < \infty$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{n}{n-2}$$

$$K = \frac{3(n-2)}{n-4}$$

$T_4; T_5; T_6; T_7$

其另外一個特性就是不管其母體參數如何改變，該製程母體的平均數都是零。

根據所要探討的製程母體，經過 Matlab 軟體的亂數產生器所產生的 1000 筆資料，得到該樣本的平均數、標準差、製程偏態以及峰態，如下表：

表 4.4 T 製程分配的各种參數

製程分配	T_4	T_5	T_6	T_7
母體平均數	0	0	0	0
母體變異數	2	1.666667	1.5	1.4
樣本平均數	0.0165607	-0.0151827	-0.0308045	0.0400662
樣本標準差	1.383112558	1.240167405	1.19977308	1.173829927
樣本偏態	0.257666113	0.18842474	-0.03017638	0.179306175
樣本峰態	5.552005501	2.519245823	1.173772509	0.904365567

4.2 製程能力弱度指標之敏感度分析

4.2.1 製程能力弱度指標

在本論文中所使用的製程能力弱度指標，是一種較新的製程能力弱度指標。其原始定義為較早的製程能力指標 C_{pm} 倒數的平方。雖然這只是一個簡單的數學轉換與方程式分解，但在分解後其所代表的意義又有所不同。經過轉換後的製程能力弱度指標之數學式如下：

$$C_{pp} = \left(\frac{1}{C_{pm}}\right)^2 = \left(\frac{\mathbf{m}-T}{D}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{S}}{D}\right)^2 = C_{ia} + C_{ip}$$

其中

$$C_{ia} = \left(\frac{m - T}{D} \right)^2$$

為偏差指標(*inaccuracy index*) 可用來評估製程的準確性，即製程平均數 m 與目標直 T 偏離的程度。

$$C_{ip} = \left(\frac{s}{D} \right)^2$$

為變異指標(*imprecision index*)用以評估製程的精確性，即製程變異的程度。

在本章節裡，本文針對這兩個次指標分別作敏感度分析。在 C_{ia} 的部分則是針對製程的目標值來探討，而在 C_{ip} 的部分上則是針對製程母體的變異來做探討。經由這兩個敏感度分析來凸顯製程能力弱度指標的優點。

在較早期的製程能力指標裡，除了利用製程能力指標來反映出該製程的能力，有些指標並將製程平均數、製程目標值紛紛考慮進去。然而，當製程能力指標所估計出來的值所反應的卻只是製程整體上的能力，當製程能力很差時，往往卻不知導致製程能力很差的原因。但製程能力弱度指標卻把製程能力分解成兩個次指標。經由這兩個次指標的估計值可讓工程師們清楚的明白該製程的缺失並提出改善方案。

4.2.2 製程能力的偏差指標

製程能力的偏差指標 C_{ia} 主要是用來衡量製程平均值與製程目標值所偏離的程度。也就是指製程的準確性。在本實驗中，針對製程的目標值之改變，來探討偏差指標 C_{ia} 對製程能力的影響。在此，利用以下的製程母體來作為評估的製程母體：

1. Normal(0,0.25)
2. Beta(2,3.0)
3. Chi_square(5)
4. T_distribution(5)

在整個評估過程中，原本所假設的製程目標值等於製程母體分配的平均值，但在此則依序將製程目標值設定為製程母體平均值、製程母體平均值再加上一倍製程母體的標準差、製程母體平均值再加上兩倍製程母體的標準差。以下為所要探討的製程母體之平均值、變異數以及所探討的製程目標值：

表 4.5 製程能力的偏差指標的各種參數

製程分配	Normal (0 , 0.25)	Beta (2 , 3.0)	χ^2_5	T_5
母體平均數	0	0.4	5	0
母體變異數	0.25	0.04	10	1.6666667
目標值1	0	0.4	5	0
目標值2	0.5	0.6	8.162278	1.6666667
目標值3	1	0.8	11.32456	3.3333334

4.2.3 製程能力的精確性

在這一部份裡，主要是對於製程母體的變異程度對製程能力指標所造成的影響。經由製程分配參數的改變，來決定所要的製程變異、製程的偏態、峰態。在此部分的數據則是直接利用 4.1 節的數據來分析，在此不再重新敘述。

第五章 結果分析與比較

5.1 Clements' Method 與傳統估計方法之比較

5.1.1 Normal distribution

經過計算後的各種製程能力指標如表 5.1。其中 C_p 、 C_{pm} 、 C_{pp} 、 C_{ia} 、 C_{ip} 表示用傳統的製程能力估計方法所計算出來的估計值，而 CC_p 、 CC_{pm} 、 CC_{pp} 、 CC_{ia} 、 CC_{ip} 表示使用 Clements' Method 所估計出來的製程能力估計量。另外， D_p 、 D_{pm} 、 D_{pp} 、 D_{ia} 、 D_{ip} 分別表示在各種製程能力指標下，使用傳統製程能力估計方法減去使用 Clements' Method 所估計出來的製程能力估計量。

表 5.1 Normal 下不同母體參數的各種指標估計值

	N(0,0.25)	N(0,0.5)	N(0,1)	N(1,0.25)	N(1,0.5)	N(1,1)
C_p	1.014611	1.002928	0.9832492	0.9934387	1.015883	1.000288
CC_p	3.535895	4.103617	5.010732	1.837171	2.431743	3.392466
D_p	-2.521284	-3.100689	-4.0274828	-0.8437323	-1.41586	-2.392178
C_{pm}	1.014593	1.002854	0.9832409	0.993432	1.015422	1.000268
CC_{pm}	1.072128	1.059717	0.9832409	0.9540059	1.015422	1.05699
D_{pm}	-0.057535	-0.056863	0	0.0394261	0	-0.056722
C_{pp}	0.9714408	0.9943155	1.03438	1.013266	0.9698555	0.9994652
CC_{pp}	0.8699743	0.8904714	1.03438	1.098747	0.9698555	0.895072
D_{pp}	0.1014665	0.1038441	0	-0.085481	0	0.1043932
C_{ia}	3.48E-05	1.47E-04	1.75E-05	1.36E-05	8.81E-04	4.05E-05
CC_{ia}	3.48E-05	1.47E-04	1.75E-05	3.53E-04	8.81E-04	4.05E-05
D_{ia}	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	-3.39E-04	0.00E+00	0.00E+00
C_{ip}	0.971406	0.9941686	1.034363	1.013253	0.9689749	0.9994246
CC_{ip}	0.8699395	0.8903245	1.034363	1.098395	0.9689749	0.8950315
D_{ip}	0.1014665	0.1038441	0	-0.085142	0	0.1043931

經由電腦模擬後，我們得到以下的結果：

1. C_p ：當我們利用 Clements' Method 來估計製程能力指標時，用 U-L 取代 6 和用中位數 M 來估計 μ 。其中 U 為該品質特性的分配中第 99.865 百分位，L 表示該品質特性分配的第 0.135 百分位，M 則表示為中位數。但是在此估計 C_p 時，並沒又用到製程平均數，導致 Clements'

Method 無法把所有的參數估計全部用上,故估計 C_p 時使用 Clements' Method 的誤差會較大。從圖 5.1 中可以發現,在傳統的估計法裡,其估計結果與製程母體或樣本並無關連,但在 Clements' Method 則隨著製程變異的變大,所估計出來的 C_p 估計值也隨之變大。

2. C_{pm} : 從圖 5.2 中可看出兩種製程能力的估計方法並無明顯的差異。其差異均小餘 0.02。在這兩種估計方式裡,並沒有任何一種估計方式的估計結果必定會高於另一種估計方式。
3. C_{pp} : 在製程能力弱度指標上,由於該指標的定義為 C_{pm} 倒數的平方,故其結果與 C_{pm} 的結果有顛倒的關係。因為有平方的關係,且又有倒數的關係,所以此製程能力指標的敏感性會較 C_{pm} 為優。故當 C_{pm} 指標在兩種估計方式的差異雖然並不大,但在此指標在兩種估計方式的差異亦在 0.1 以下。
4. C_{ia} : 在這個次指標中,兩種估計方式的差異均已十分接近於 0。也就是兩種估計方式所估計出來的估計量十分接近。
5. C_{ip} : 在這個次指標中,兩種估計方式雖然有差異,但其差異都十分的接近於 0。

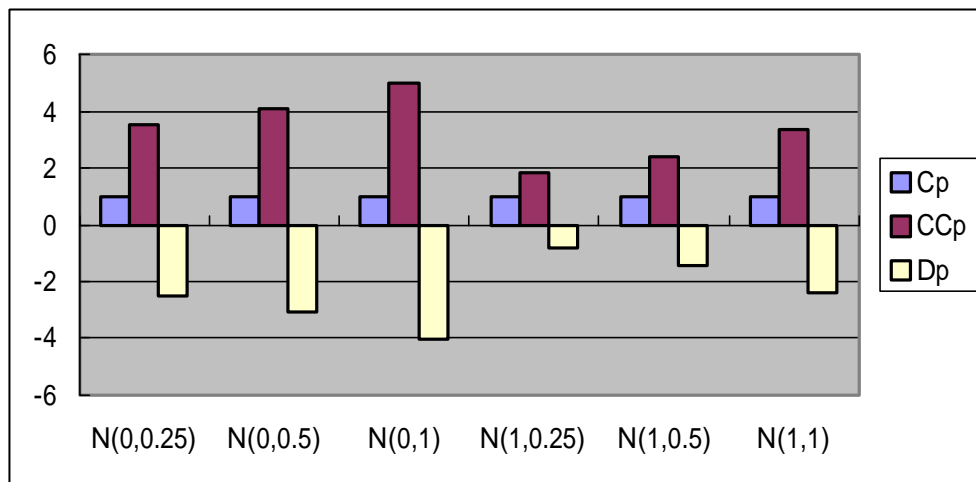


圖 5.1 常態分配下指標 C_p 的長條圖

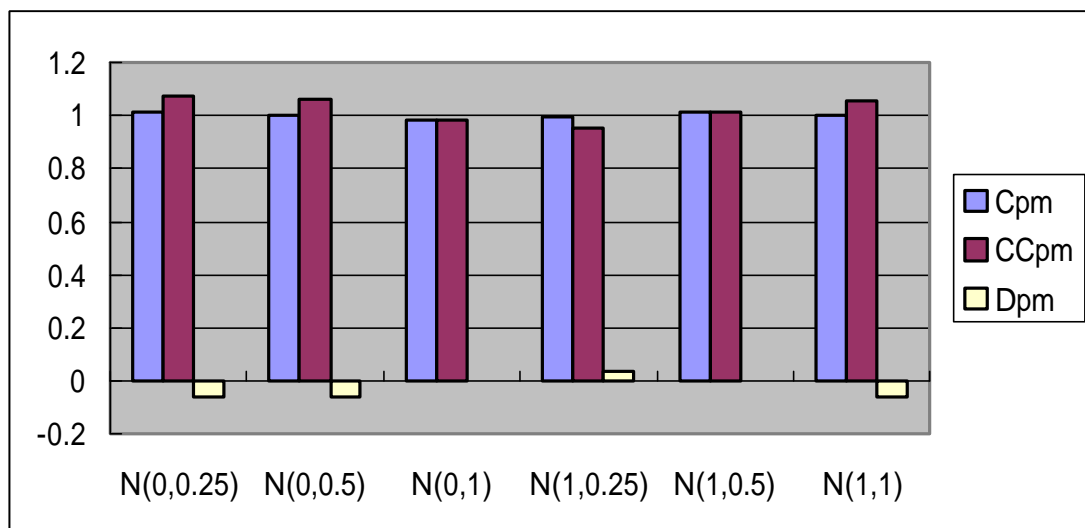


圖 5.2 常態分配下指標 C_{pm} 的長條圖

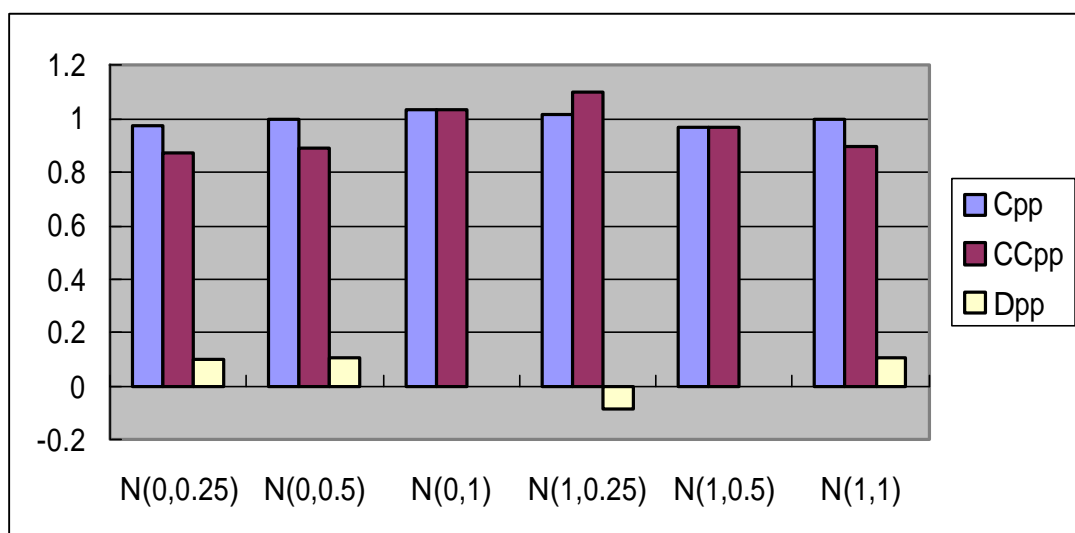


圖 5.3 常態分配下指標 C_{pp} 的長條圖

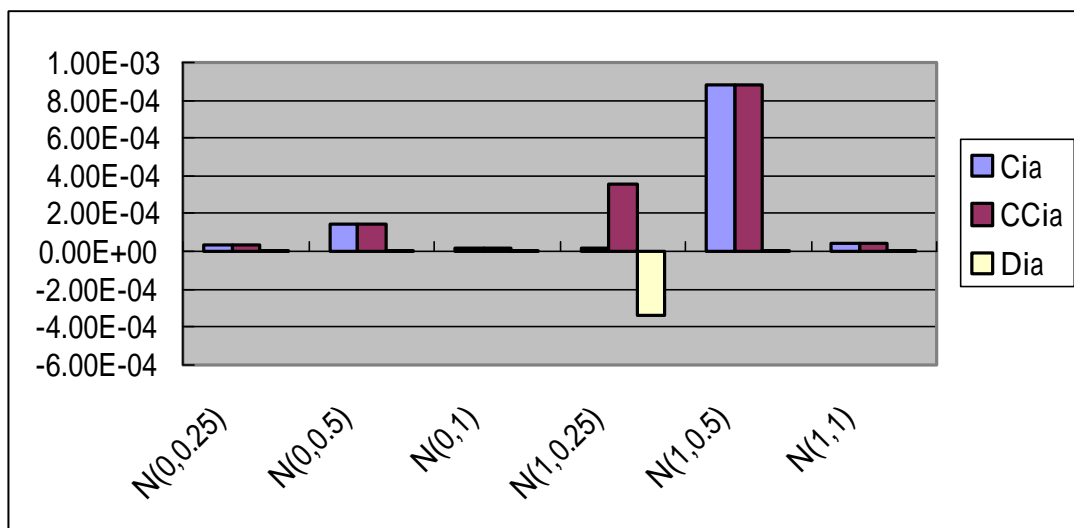


圖 5.4 常態分配下指標 C_{ia} 的長條圖

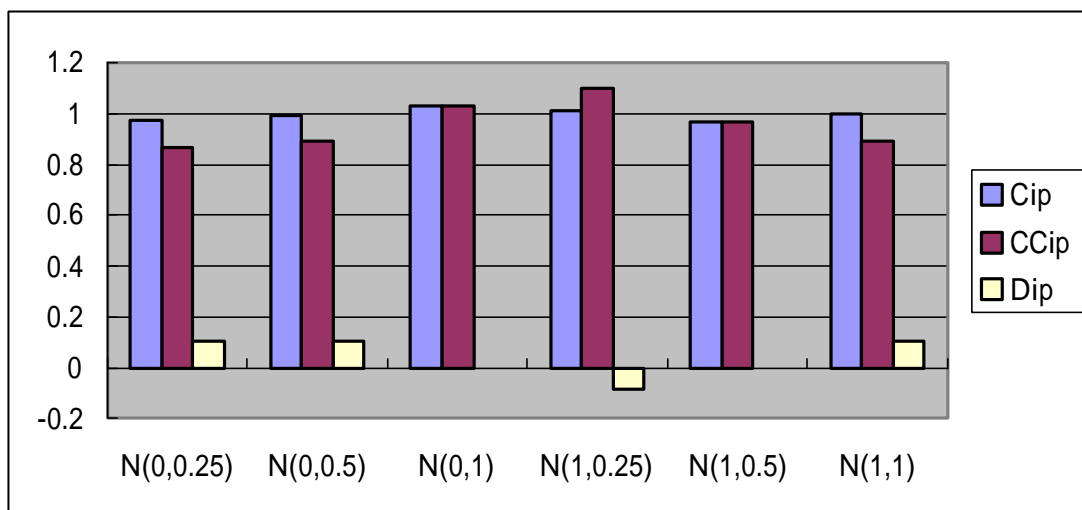


圖 5.5 常態分配下指標 C_{ip} 的長條圖

5.1.2 Beta distribution

根據所要探討的製程母體，樣本的各種製程能力指標在兩種不同的製程能力估計法下所估計出來的估計量均列於表 5.2，表中所估計出來的估計量與理論上的值相差無幾：

表 5.2 Beta 分配下不同母體參數的各種指標估計值

	beta(2,2.0)	beta(2,2.5)	beta(2,3.0)	beta(3,2.0)	beta(3,2.5)	beta(3,3.0)
C_p	0.9968643	1.016932	1.003568	1.248102	0.9833708	0.9919654
CC_p	1.349541	1.377562	1.34057	1.456194	1.15951	1.155919
D_p	-0.3526767	-0.36063	-0.337002	-0.208092	-0.1761392	-0.1639536
C_{pm}	0.9963959	1.016249	1.003479	1.247505	0.9824526	0.9919297
CC_{pm}	1.519494	1.38419	1.394195	1.766404	1.34303	1.34647
D_{pm}	-0.5230981	-0.367941	-0.390716	-0.518899	-0.3605774	-0.3545403
C_{pp}	1.007247	0.9682765	0.9930779	0.6425627	1.036041	1.016338
CC_{pp}	0.433114	0.5219257	0.5144615	0.320494	0.5544067	0.5515774
D_{pp}	0.574133	0.4463508	0.4786164	0.3220687	0.4816343	0.4647606
C_{ia}	9.46E-04	1.30E-03	1.75E-04	6.15E-04	1.93E-03	7.30E-05
CC_{ia}	9.46E-04	3.80E-03	1.65E-03	8.63E-03	3.08E-04	7.30E-05
D_{ia}	0.00E+00	-2.50E-03	-1.47E-03	-8.02E-03	1.63E-03	0.00E+00
C_{ip}	1.006301	0.9669773	0.9929025	0.641948	1.034107	1.016265
CC_{ip}	0.4321679	0.5181296	0.512816	0.3118641	0.5540991	0.5515044
D_{ip}	0.5741331	0.4488477	0.4800865	0.3300839	0.4800079	0.4647606

在模擬後所得到的數據中，可以得到以下結論：

1. C_p ：在此種製程指標中，不同的母體參數使用 Clements' Method 所估計出的估計量均高於使用傳統的估計法，但是兩者間的差異並未超過 0.5。從圖 5.6 中發現兩種估計方式的差異與製程分配的偏態、峰態以及製程變異並無任何的關連。
2. C_{pm} ：經由兩種製程估計法的計算後，Clements' Method 所估計出來的估計值始終高於傳統的估計法。而兩種估計方式的差異接近 0.5，與 C_p 的差異為大。

3. C_{pp} ：製程能力弱度指標的估計結果與 C_{pm} 是相同的，只是因為 C_{pp} 為 C_{pm} 倒數的平方，所以兩者的結果正好相反，傳統的估計方式均高於 Clements' Method，且兩者的差距也越來越大。
4. C_{ia} ：用來估計製程的準確度的 C_{ia} 在兩種估計法上幾乎沒有任何差異，其顯示得出的意義應該與假設有關係。當我們在做實驗設計時，假設製程的目標值 T 為製程母體的平均數，而在此用該製程分配的中位數來估計製程的平均數，當樣本數很大時，樣本平均數與母體平均數就會十分接近。而在此次指標的基本定義既是評估製程平均數與目標值的偏離程度，故經過模擬後的數據中，兩種估計方式的差異原本就應該很小，也就是表示本實驗設計的模擬並沒有錯誤。
5. C_{ip} ：在 C_{ip} 中，兩種估計方式之間的差異較大，而也因為此次指標在兩種估計方式的差異也導致在整個製程能力弱度指標在兩種製程估計方式有所差異。其原因為使用 Clements' Method 時，用 U-L 取代 6，由於兩種製程分配的不同所導致。

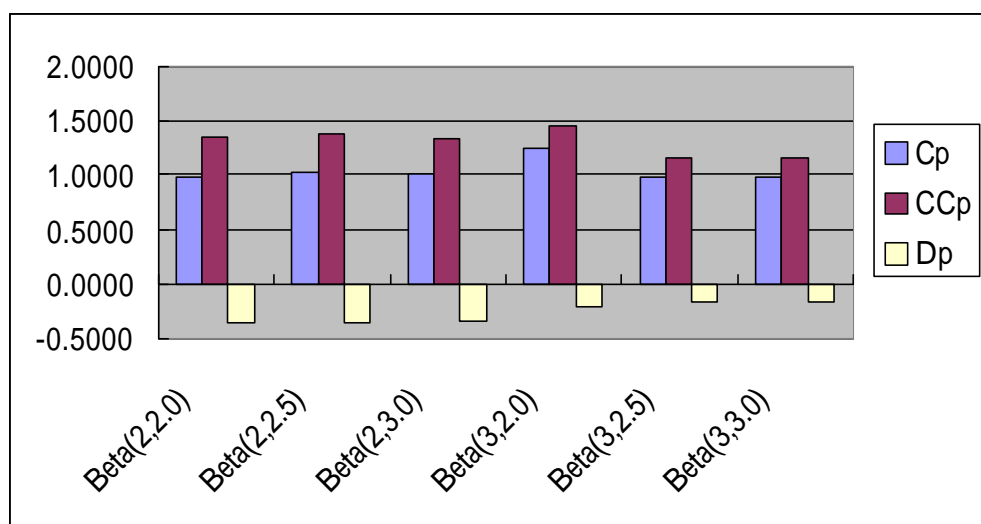


圖 5.6 Beta 分配下指標 C_p 的長條圖

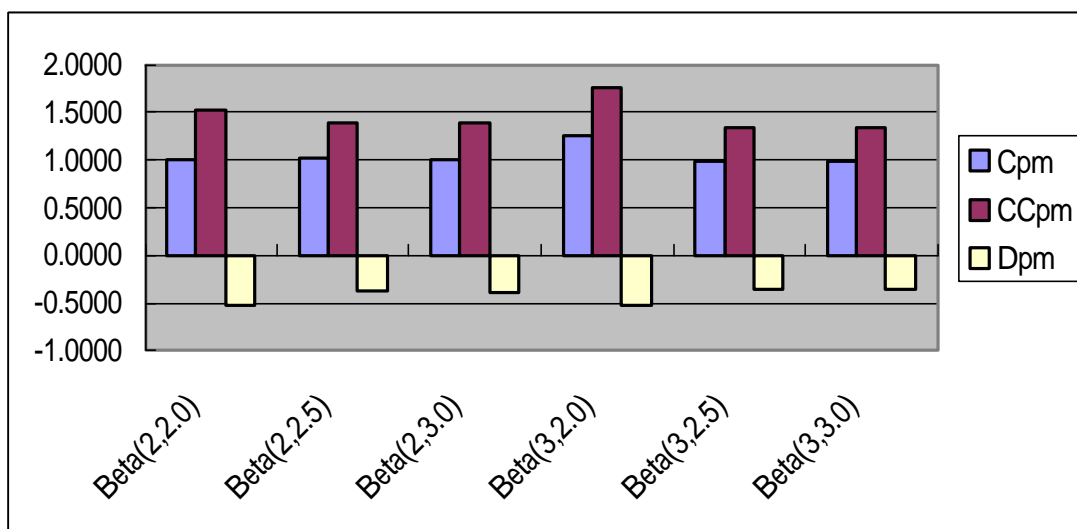


圖 5.7 Beta 分配下指標 C_{pm} 的長條圖

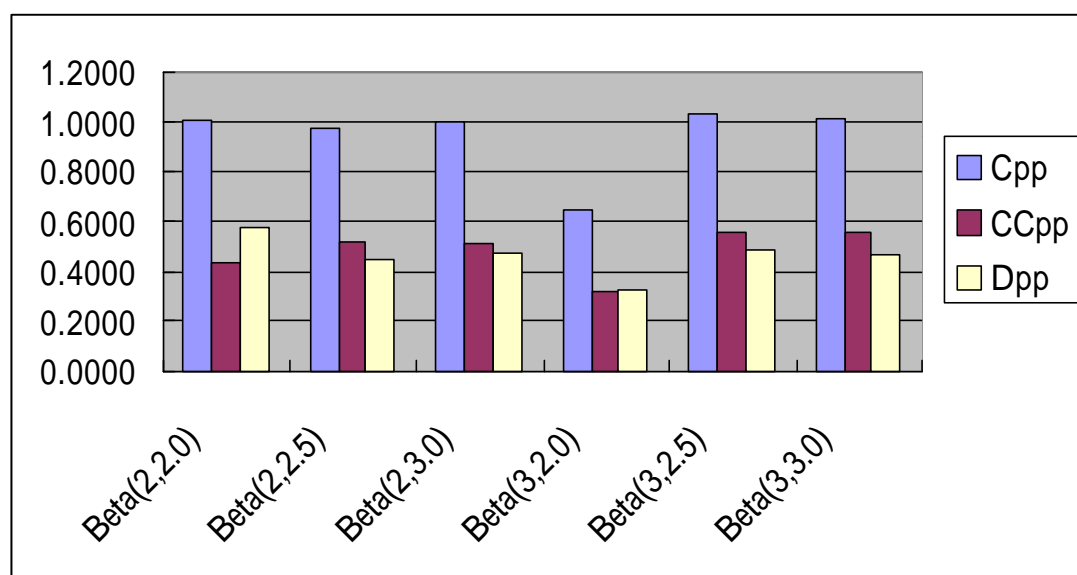


圖 5.8 Beta 分配下指標 C_{pp} 的長條圖

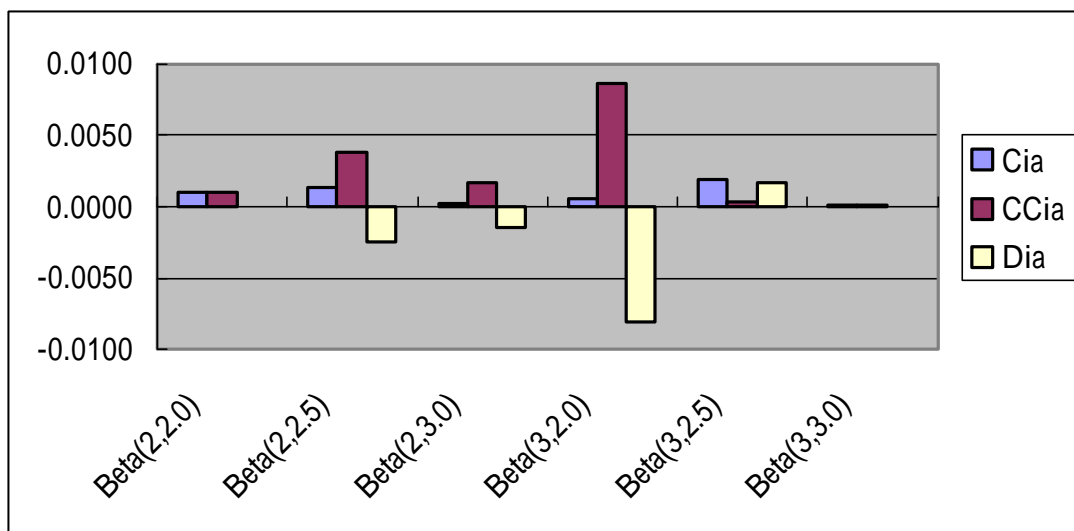


圖 5.9 Beta 分配下指標 C_{ia} 的長條圖

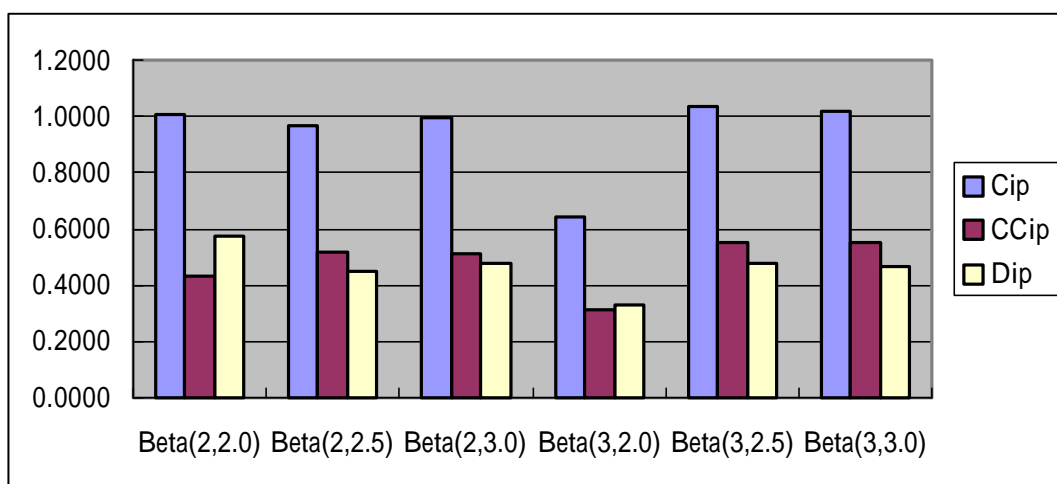


圖 5.10 Beta 分配下指標 C_{ip} 的長條圖

5.1.3 Chi_square distribution

從表 5.3 中所得到的結果如下：

表 5.2 Chi_square 分配下不同母體參數的各種指標估計值

	C_3	C_4	C_5	C_6
C_p	1.065273	0.9997292	0.9491022	1.010054
CC_p	1.048697	0.8566921	0.5300819	0.7156491
D_p	0.016576	0.1430371	0.4190203	0.2944049
C_{pm}	1.063505	0.9993191	0.9485118	1.009999
CC_{pm}	0.9906818	0.9376754	0.9191154	0.9365502
D_{pm}	0.0728232	0.0616437	0.0293964	0.0734488
C_{pp}	0.8841392	1.001363	1.111513	0.9802974
CC_{pp}	1.0189	1.137352	1.18375	1.140087
D_{pp}	-0.1347608	-0.135989	-0.072237	-0.1597896
C_{ia}	2.93E-03	8.21E-04	1.38E-03	1.06E-04
CC_{ia}	8.34E-02	3.74E-02	3.71E-02	0.0366649
D_{ia}	-8.05E-02	-3.66E-02	-3.57E-02	-3.66E-02
C_{ip}	0.8812073	1.000542	1.11013	0.9801912
CC_{ip}	0.935478	1.099948	1.146691	1.103422
D_{ip}	-0.0542707	-0.099406	-0.036561	-0.1232308

1. C_p ：在此種製程指標中，不同的母體參數使用 Clements' Method 所估計出的估計量並無明顯的一致性，但從圖 5.11 可發現其差異卻隨著母體參數的增加而增加。
2. C_{pm} ：從圖 5.11 中可以看出在使用此種製程能力指標時，傳統的估計法會對製程的能力有所低估，但其低估的情況與製程分配的母體參數的增加而減少。
3. C_{pp} ：在 C_{pp} 的方面，其兩個次指標則有明顯的不同。但其所表示的意義與 C_{pm} 所顯示的訊息是相同的。
4. C_{ia} ：因為假設的關係，所以在準確度上兩種估計法的差異幾乎是零，雖然十分的微小，但在整體而言均為負值，所以此次指標顯示出傳統的估計法有可能發生高估的情形。
5. C_{ip} ： C_{ip} 則是用來衡量製程變異的次指標，也就是製程的不精確性。在此

模擬的結果中，兩種估計法的差異均為負值，故傳統的估計方式有低估的情形發生。

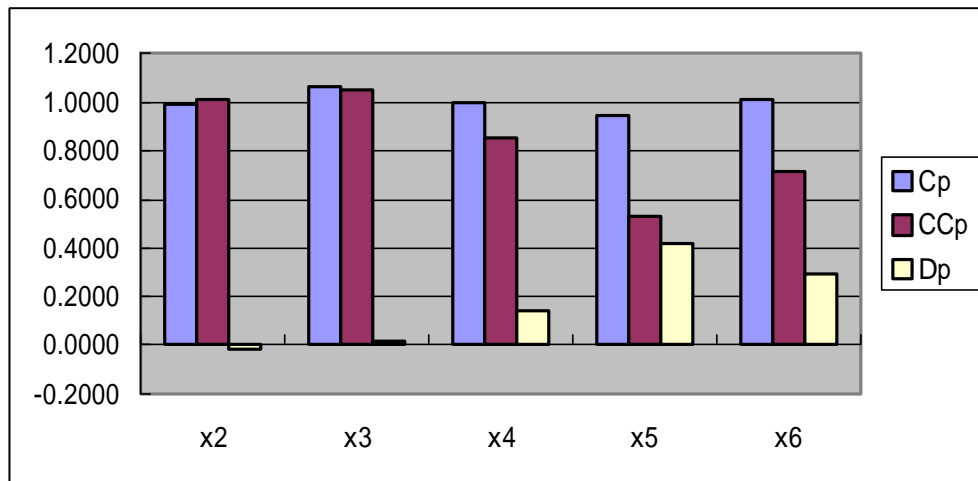


圖 5.11 Chi_square 分配下指標 C_p 的長條圖

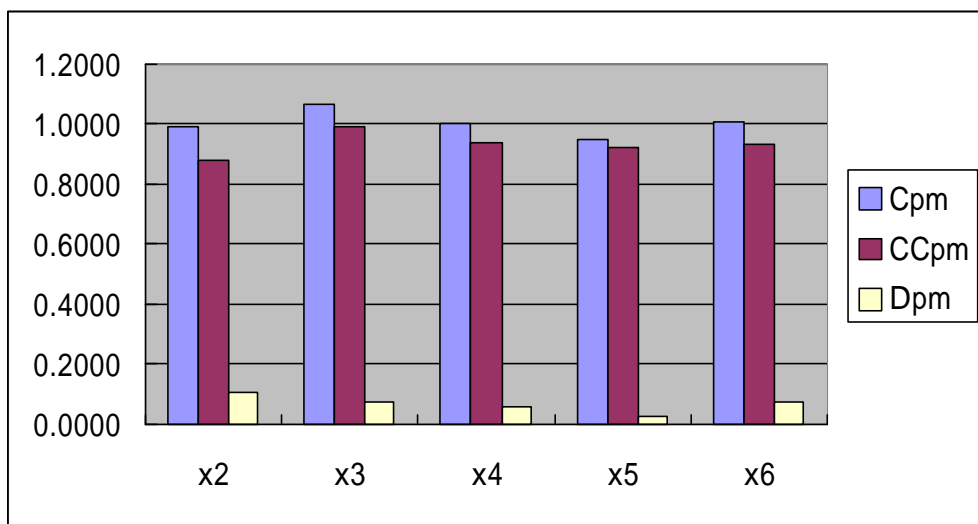


圖 5.12 Chi_square 分配下指標 C_{pm} 的長條圖

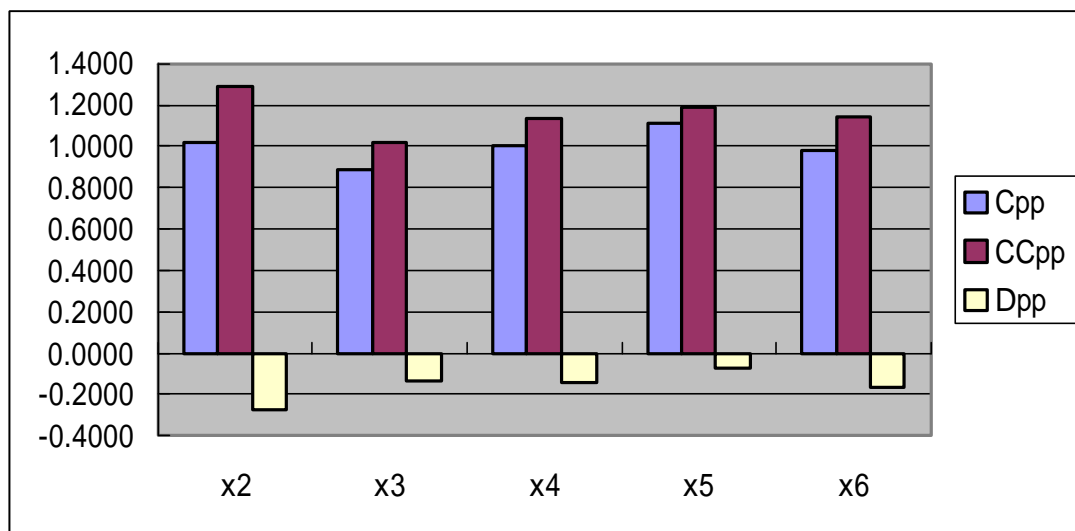


圖 5.13 Chi_square 分配下指標 C_{pp} 的長條圖

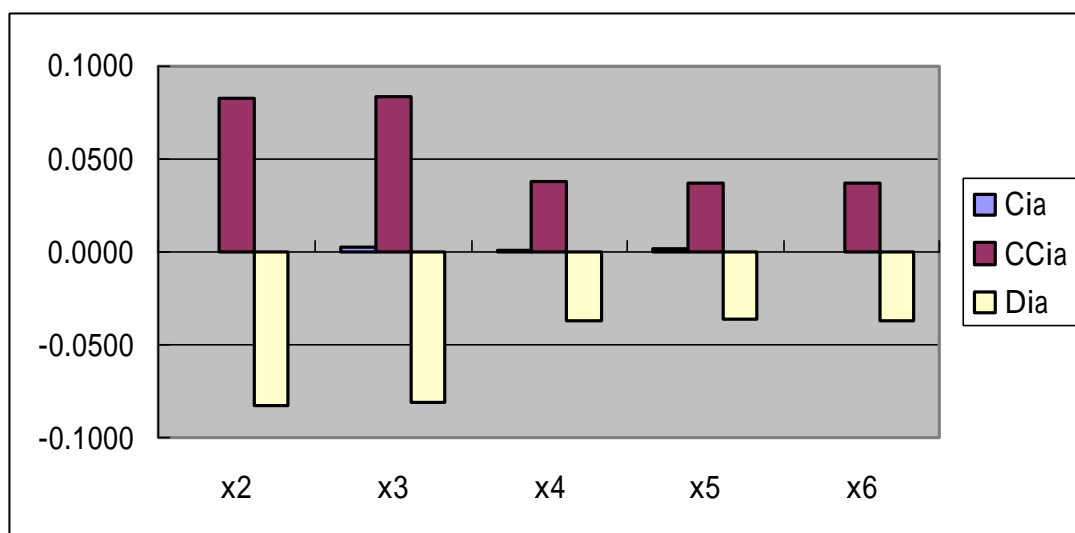


圖 5.14 Chi_square 分配下指標 C_{ia} 的長條圖

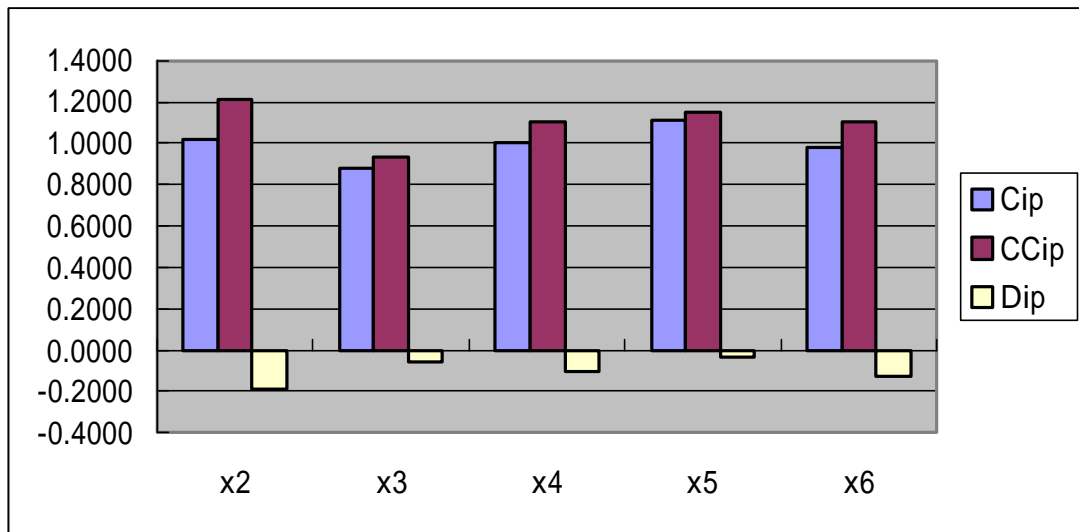


圖 5.15 Chi_square 分配下指標 C_{ip} 的長條圖

5.1.4 T distribution

T 分配為一種對稱分配，其偏態係數為零，所以其圖形與常態分配相同，但其峰態係數則比常態分配為大。

經過計算後所得到的各個估計值如下：

1. C_p ：由與此分配與常態分配相同，均為對稱行的分配，使用 Clements' Method 所估計出來的製程指標與傳統的估計法所估計出來的結果相差甚遠，且其結果都是傳統的估計方式有低估的情形發生。
2. C_{pm} ：在 C_{pm} 方面，從表中我們可以看出使用傳統的估計法有對製程能力發生低估的情形，但其差異與製程母體之參數、表徵數並無直接的關連。
3. C_{pp} ：在製程能力弱度指標上，其使用傳統的估計方法則會有高估的情形發生。
4. C_{ia} ：使用傳統的估計方法所估計出來的準確度均將十分接近於 0。但其質均大於 0。但使用 Clements' Method 估計的結果同樣也是十分的逼近於 0。在兩種估計法的差異方面，傳統的估計方式有高估的可能，但兩者之間的差異並不是十分的顯著，其差異值均十分的接近 0。
5. C_{ip} ：經由兩中估計方式的估計後，從下表可看出兩種估計方式對製程變異的敏感度是由 Clements' Method 較高。且兩種估計方式的差異十分的大，通常使用傳統的估計方式有高估的情形發生。

表 5.3 T 分配下不同母體參數的各種指標估計值

	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇
C _p	1.022486	1.040984	1.020814	1.007996
CC _p	6.135192	5.799133	6.020131	5.417756
D _p	-5.112706	-4.758149	-4.999317	-4.40976
C _{pm}	1.022413	1.040906	1.020477	1.007409
CC _{pm}	0.7814177	0.8418688	0.865136	0.8896461
D _{pm}	0.2409953	0.1990372	0.155341	0.1177629
C _{pp}	0.9566373	0.9229472	0.9602696	0.9853442
CC _{pp}	1.637697	1.410948	1.336076	1.263471
D _{pp}	-0.6810597	-0.4880008	-0.3758064	-0.2781268
C _{ia}	1.37E-04	1.38E-04	6.33E-04	1.15E-03
CC _{ia}	3.93E-06	4.16E-04	6.33E-04	4.40E-04
D _{ia}	1.33E-04	-2.78E-04	0.00E+00	7.07E-04
C _{ip}	0.9565002	0.9228089	0.959637	0.9841976
CC _{ip}	1.637693	1.410532	1.335444	1.263032
D _{ip}	-0.6811928	-0.4877231	-0.375807	-0.2788344

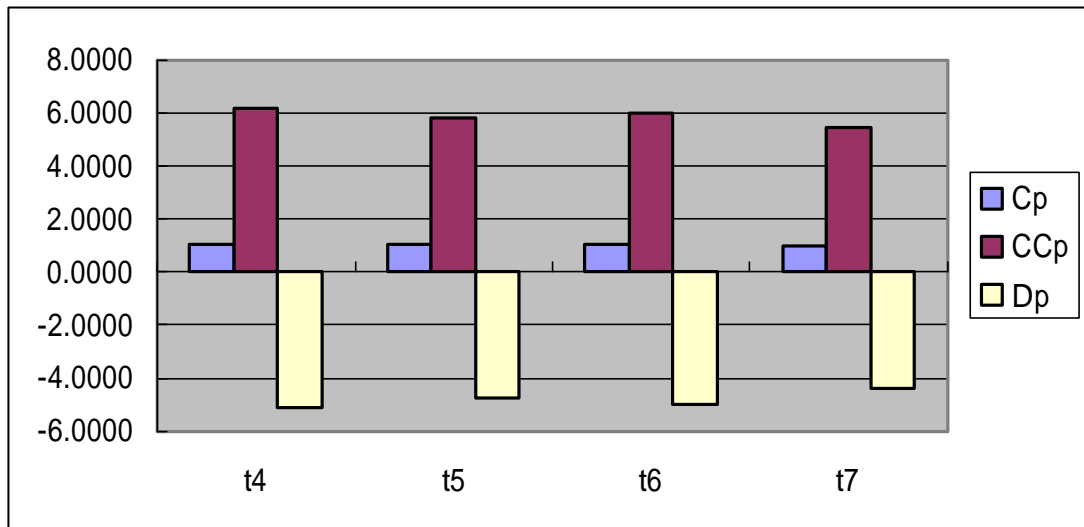


圖 5.16 T 分配下指標 C_p 的長條圖

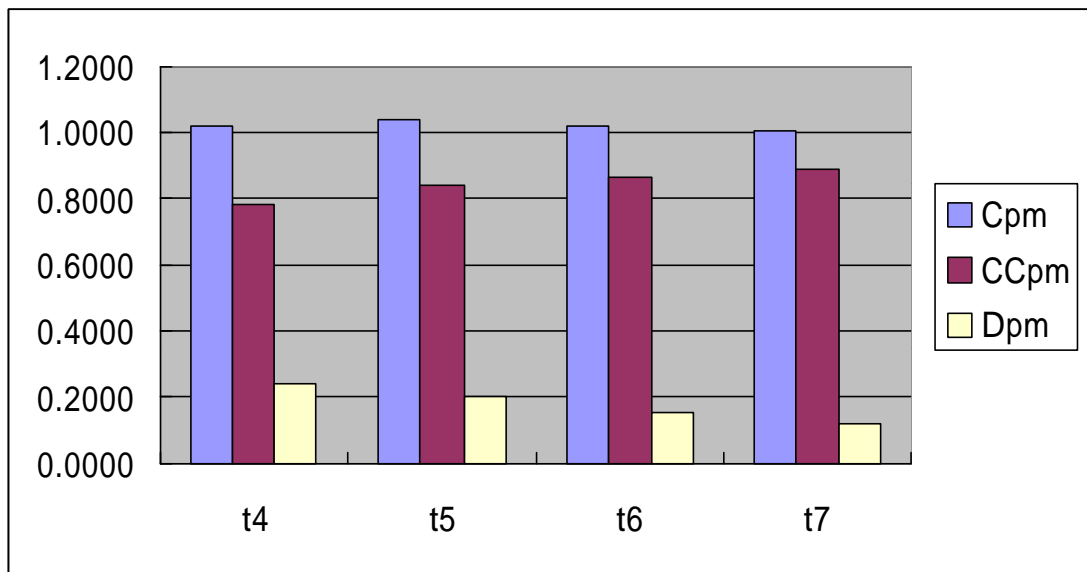


圖 5.17 T 分配下指標 C_{pm} 的長條圖

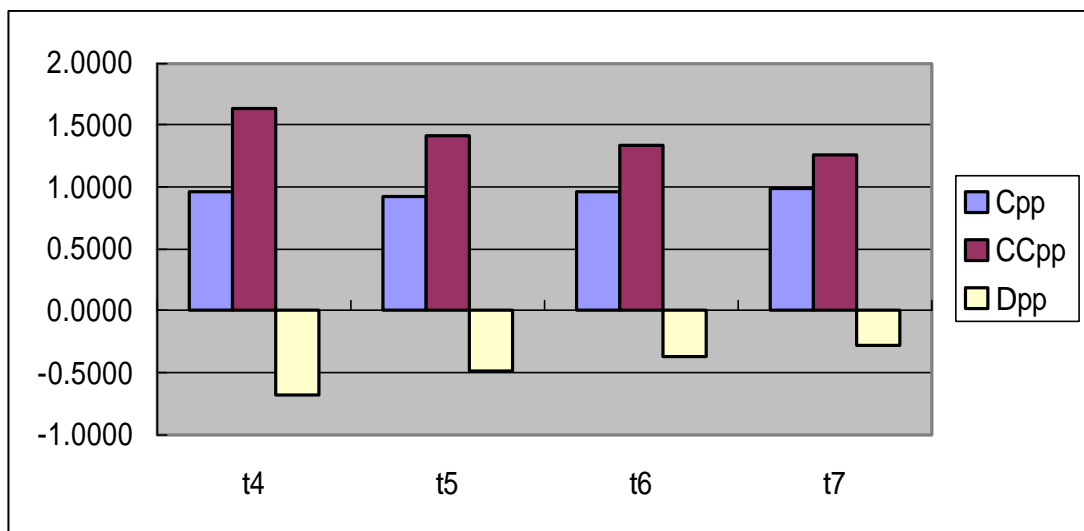


圖 5.18 T 分配下指標 C_{pp} 的長條圖

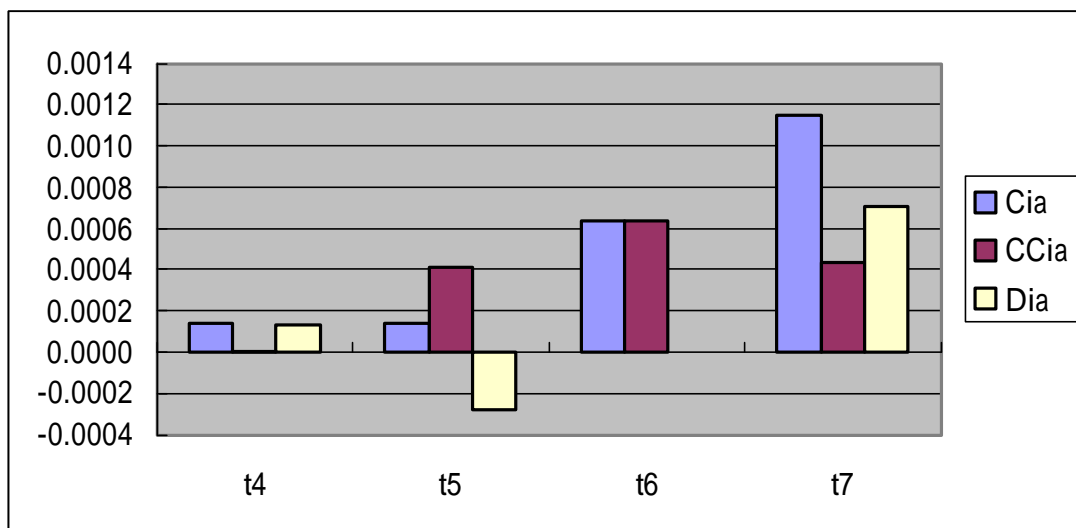


圖 5.19 T 分配下指標 C_{ia} 的長條圖

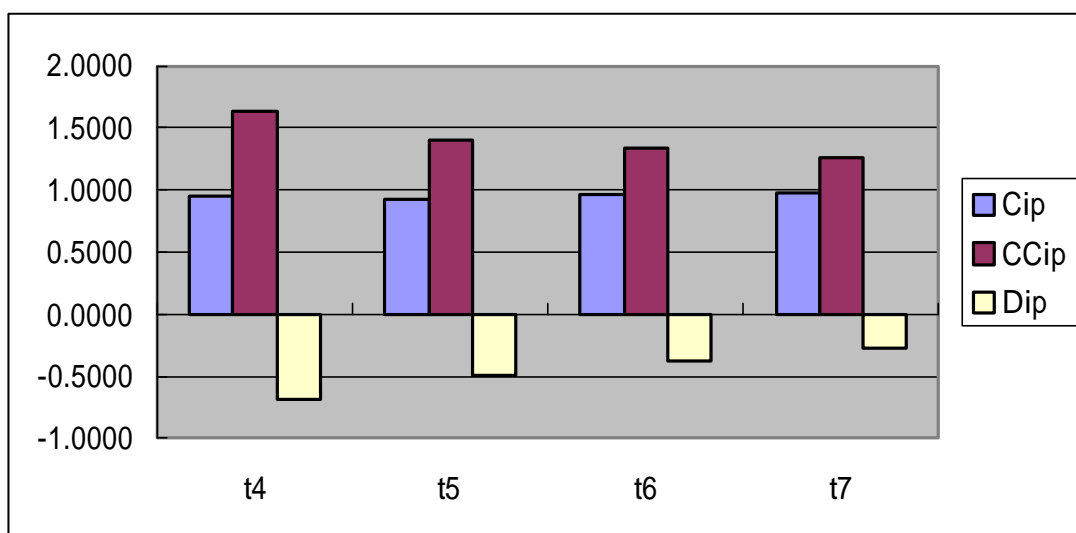


圖 5.20 T 分配下指標 C_{ip} 的長條圖

5.2 製程能力的偏差指標

在本論文中所用的製程能力指標為 C_{pp} ，其主要的原因是該指標經過轉換之後，可分解成兩個次指標，分別為 C_{ia} 與 C_{ip} 。而這兩個指標在製程裡所代表的意義各有所不同。故在此針對這兩個次指標來做探討。

在製程能力弱度指標裡所分解出的 C_{ia} 是用來衡量製程的精確性，也就是製程平均數與製程目標值的偏離程度。所以將以製程目標值的變動對製程的偏差指標作探討。

在理論上，我們可以根據各種製程能力指標的估計式來衡量各種指標的變化。

1. C_p ：無論使用傳統的估計方法或是 Clements' Method，使用 C_p 指標其估計值都不會因為製程目標值的改變而有所改變。主要原因是該指標的估計量中與製程目標值並無任何的關係。

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6s}$$

2. C_{pm} ：不論使用何種估計方法，指標 C_{pm} 則會因為製程目標值增加時而變小。其原因可經由該指標的基本定義來看：

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (\bar{m} - T)^2}}$$

當製程目標值由製程平均值增加一倍製程標準差時，指標的估計量中的分母會變成原來的 $\sqrt{2}$ 倍，使得指標估計量會變成原來的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

當製程目標值由製程平均值增加兩倍製程標準差時，指標的估計量中的分母會變成原來的 $\sqrt{5}$ 倍，使得指標估計量會變成原來的 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 。

所以當製程目標值越偏離製程平均值越大時， C_{pm} 的估計值會越小。

當 $T = \bar{m}$ 時，

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2}}$$

當 $T = \bar{m} + s$ 時，

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + s^2}} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{2}s}$$

當 $T = \mathbf{m} + 2\mathbf{s}$ 時 ,

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\mathbf{s}^2 + \mathbf{s}^2}} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{5}\sqrt{\mathbf{s}^2}}$$

3. C_{pp} : 在製程能力弱度指標上 , 當製程目標值從製程母體平均數增加一倍製程母體標準差時 , 該指標的估計量會由原來的估計量變成兩倍。當製程目標值從製程母體平均數增加兩倍製程母體標準差時 , 該指標的估計量會由原來的估計量變成五倍。

$$C_{pp} = \left(\frac{1}{C_{pm}} \right)^2 = \left(\frac{\mathbf{m} - T}{D} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{s}}{D} \right)^2 = C_{ia} + C_{ip}$$

(1) 當 $T = \mathbf{m}$ 時 ,

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left[\frac{\mathbf{m} - \mathbf{m}}{D} \right]^2 + \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \\ &= \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \end{aligned}$$

(2) 當 $T = \mathbf{m} + \mathbf{s}$ 時 ,

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left[\frac{\mathbf{m} - \mathbf{m} - \mathbf{s}}{D} \right]^2 + \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \\ &= 2 \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \end{aligned}$$

(3) 當 $T = \mathbf{m} + 2\mathbf{s}$ 時 ,

$$\begin{aligned} C_{pp} &= \left[\frac{\mathbf{m} - \mathbf{m} - 2\mathbf{s}}{D} \right]^2 + \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \\ &= 5 \left[\frac{\mathbf{s}}{D} \right]^2 \end{aligned}$$

4. C_{ia} : 指標 C_{ia} 為偏差指標(inaccuracy index) , 可用來評估製程的準確性 , 也就是製程平均數與製程目標值偏離的程度。

$$C_{ia} = \left(\frac{\mathbf{m} - T}{D} \right)^2$$

當製程目標值偏離製程平均值越大時，該指標也隨著變大。

5. C_{ip} ：指標 C_{ip} 為變異指標 (imprecision index)，用以評估製程的精確性，也就是製程的變異程度。

$$C_{ip} = \left(\frac{s}{D} \right)^2$$

從該指標的定義式來看，該指標與製程目標值並無任何的相關性。所以當製程目標值改變時，該指標並不會有任何的改變。

根據以上的理論以及利用電腦模擬後的結果得到以下的圖形。從圖中可以清楚的看到在各種不同的製程分配下，所模擬出來的結果與理論上的推導是相符合的。在圖中，t0 表示目標值等於製程平均值；t1 表示目標值等於製程平均值加一倍標準差；t2 表示目標值等於製程平均值加兩倍標準差。

1. C_p ：從表 5.5 中可以看出無論使用何種估計方法，指標 C_p 對於製程目標值的改變均不會有影響。因為在其計算公式裡並未用到製程目標值。
2. C_{pm} ：指標 C_{pm} 的設計考慮到平均數 μ 與目標值之間的關係。因此當製程目標值改變時， C_{pm} 必定會改變。從圖形中可看出使用 Clements' Method 對於製程目標值的敏感性優於傳統的估計方法。
3. C_{pp} ：此指標為 C_{pm} 倒數的平方，故當使用兩種估計方法計算 C_{pm} 有差異時，反映到 C_{pp} 時兩者之間的差距會更大。也就是使用 C_{pp} 來估計製程的敏感度會較 C_{pm} 為靈敏。從下圖中可以看出，在常態分配下，使用傳統的製程能力估計方法在製程目標值與製程平均值差距變大時，反應與 Clements' Method 相差無幾。
4. C_{ia} ：此指標主要的目的就是評估製程平均數與製程目標值的差距。故當製程目標值增加一倍製程標準差、兩倍製程標準差時，此指標必會隨著改變。從以下的圖形來看，使用兩種製程能力估計方式來衡量製程的準確度並無明顯的差異。
5. C_{ip} ：從此指標的基本定義來看，製程目標值的改變並不會影響製程的變異指標。所以無論使用何種製程估計方法，此種次指標並不會有任何的改變。

表 5.4 不同製程分配在各種製程目標值下的指標估計值

		C_p	CC_p	C_{pm}	CC_{pm}	C_{pp}	CC_{pp}	C_{ia}	CC_{ia}	C_{ip}	CC_{ip}
Normal(0,0.25)	t0	1.014611	3.535895	1.014593	1.072128	0.9714408	0.8699743	3.48E-05	3.48E-05	0.971406	0.8699395
Normal(0,0.25)	t1	1.014611	3.535895	0.9070168	0.9474211	1.21554	1.114074	0.2441342	0.2441342	0.971406	0.8699395
Normal(0,0.25)	t2	1.014611	3.535895	0.7143514	0.7335959	1.95964	1.858173	0.9882336	0.9882336	0.971406	0.8699395
Beta(2,3.0)	t0	1.003568	1.34057	1.003479	1.394195	0.9930779	0.5144615	1.75E-04	1.65E-03	0.9929025	0.512816
Beta(2,3.0)	t1	1.003568	1.34057	0.9863927	1.323735	1.02778	0.5706873	3.49E-02	5.79E-02	0.9929025	0.512816
Beta(2,3.0)	t2	1.003568	1.34057	0.9355675	1.18937	1.142483	0.7069131	0.1495806	0.1940971	0.9929025	0.512816
C_5	t0	0.9491022	0.5300819	0.9485118	0.9191154	1.111513	1.18375	1.38E-03	3.71E-02	1.11013	1.146691
C_5	t1	0.9491022	0.5300819	0.3032205	0.2839664	10.87634	12.40127	9.766212	11.25458	1.11013	1.146691
C_5	t2	0.9491022	0.5300819	0.1568617	0.151413	40.64117	43.61879	39.53104	42.4721	1.11013	1.146691
C_3	t0	1.065273	1.048697	1.063505	0.9906818	0.8841392	1.0189	2.93E-03	8.34E-02	0.8812073	0.935478
C_3	t1	1.065273	1.048697	0.3739944	0.3443393	7.149406	8.433867	6.268198	7.498389	0.8812073	0.935478
C_3	t2	1.065273	1.048697	0.1983617	0.1894944	25.41467	27.84883	24.53346	26.91335	0.8812073	0.935478
C_2	t0	0.9902638	1.009189	0.9902064	0.8803616	1.019879	1.290262	1.18E-04	8.24E-02	1.019761	1.207875
C_2	t1	0.9902638	1.009189	0.4482728	0.3941047	4.976398	6.438383	3.956638	5.230508	1.019761	1.207875
C_2	t2	0.9902638	1.009189	0.2430156	0.2259548	16.93292	19.58651	15.91316	18.37863	1.019761	1.207875
T_5	t0	1.040984	5.799139	1.040906	0.8418687	0.9229475	1.410949	1.38E-04	4.17E-04	0.9228091	1.410532
T_5	t1	1.040984	5.799139	0.6178034	0.5652052	2.619988	3.130313	1.697179	1.719781	0.9228091	1.410532
T_5	t2	1.040984	5.799139	0.3615422	0.3495775	7.650362	8.18301	6.727553	6.772478	0.9228091	1.410532
T_4	t0	1.022486	6.135192	1.022413	0.7814177	0.9566373	1.637697	1.37E-04	3.93E-06	0.9565002	1.637693
T_4	t1	1.022486	6.135192	0.5848537	0.5239048	2.923516	3.643303	1.967016	2.00561	0.9565002	1.637693
T_4	t2	1.022486	6.135192	0.3353818	0.3219296	8.890394	9.648909	7.933894	8.011215	0.9565002	1.637693
T_3	t0	0.6106726	8.259821	0.609627	0.4618355	2.690739	4.688407	9.21E-03	1.37E-02	2.681533	4.674663
T_3	t1	0.6106726	8.259821	0.5346108	0.4281983	3.498844	5.453936	0.8173108	0.779273	2.681533	4.674663
T_3	t2	0.6106726	8.259821	0.39819	0.3488014	6.306949	8.219465	3.625416	3.544802	2.681533	4.674663

5.3 製程能力的變異指標

製程能力的變異指標 C_{ip} 主要是用來衡量製程的變異程度。其估計公式如下：

$$C_{ip} = \left(\frac{s}{D} \right)^2$$

從其定義可知當製程變異變大時，該指標也隨之變大。也因此整個製程能力弱度指標隨之變大。當製程能力越大時，表示該製程的製程能力越差。

經過模擬的結果，在各種分配下不同的母體參數所導致的不同的製程變異、製程峰態、偏態均有可能會影響製程能力弱度指標的估計結果。所以經過製程變異的排序後，部分分配的製程能力弱度指標估計值並不會隨之較大。不過在對稱分配下，如常態分配、T 分配則是隨著製程變異的增大其製程能力弱度指標亦隨之變大。

表 5.5 Normal 分配下不同製程變異之指標估計值

	N(0,0.25)	N(0,0.5)	N(0,1)
母體變異數	0.25	0.5	1
樣本標準差	0.49279965	0.70504205	1.01703618
C_p	1.014611	1.002928	0.9832492
CC_p	3.535895	4.103617	5.010732
D_p	-2.521284	-3.100689	-4.0274828
C_{pm}	1.014593	1.002854	0.9832409
CC_{pm}	1.072128	1.059717	0.9832409
D_{pm}	-0.057535	-0.056863	0
C_{pp}	0.9714408	0.9943155	1.03438
CC_{pp}	0.8699743	0.8904714	1.03438
D_{pp}	0.1014665	0.1038441	0
C_{ia}	3.48E-05	1.47E-04	1.75E-05
CC_{ia}	3.48E-05	1.47E-04	1.75E-05
D_{ia}	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
C_{ip}	0.971406	0.9941686	1.034363
CC_{ip}	0.8699395	0.8903245	1.034363
D_{ip}	0.1014665	0.1038441	0

表 5.6 Beta 分配下不同製程變異之指標估計值

	Beta (3,3.0)	Beta (2,3.0)	Beta (3,2.5)	Beta (3,2.0)	Beta (2,2.5)	Beta (2,2.0)
樣本標準差	0.190513	0.199289	0.19860652	0.20030414	0.20835259	0.22431018
C_p	0.991965	1.003568	0.9833708	1.248102	1.016932	0.9968643
CC_p	1.155919	1.34057	1.15951	1.456194	1.377562	1.349541
D_p	-0.16395	-0.337	-0.1761392	-0.208092	-0.36063	-0.3526767
C_{pm}	0.99193	1.003479	0.9824526	1.247505	1.016249	0.9963959
CC_{pm}	1.34647	1.394195	1.34303	1.766404	1.38419	1.519494
D_{pm}	-0.35454	-0.39072	-0.3605774	-0.518899	-0.367941	-0.5230981
C_{pp}	1.016338	0.993078	1.036041	0.6425627	0.9682765	1.007247
CC_{pp}	0.551577	0.514462	0.5544067	0.320494	0.5219257	0.433114
D_{pp}	0.464761	0.478616	0.4816343	0.3220687	0.4463508	0.574133
C_{ia}	7.30E-05	1.75E-04	1.93E-03	6.15E-04	1.30E-03	9.46E-04
CC_{ia}	7.30E-05	1.65E-03	3.08E-04	8.63E-03	3.80E-03	9.46E-04
D_{ia}	0.00E+00	-1.47E-03	1.63E-03	-8.02E-03	-2.50E-03	0.00E+00
C_{ip}	1.016265	0.992903	1.034107	0.641948	0.9669773	1.006301
CC_{ip}	0.551504	0.512816	0.5540991	0.3118641	0.5181296	0.4321679
D_{ip}	0.464761	0.480087	0.4800079	0.3300839	0.4488477	0.5741331

表 5.7 Chi_square 分配下不同製程變異之指標估計值

	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
樣本標準差	2.019663883	2.299400709	2.829193375	3.331861959	3.429620225
C_p	0.9902638	1.065273	0.9997292	0.9491022	1.010054
CC_p	1.009189	1.048697	0.8566921	0.5300819	0.7156491
D_p	-0.0189252	0.016576	0.1430371	0.4190203	0.2944049
C_{pm}	0.9902064	1.063505	0.9993191	0.9485118	1.009999
CC_{pm}	0.8803616	0.9906818	0.9376754	0.9191154	0.9365502
D_{pm}	0.1098448	0.0728232	0.0616437	0.0293964	0.0734488
C_{pp}	1.019879	0.8841392	1.001363	1.111513	0.9802974
CC_{pp}	1.290262	1.0189	1.137352	1.18375	1.140087
D_{pp}	-0.270383	-0.1347608	-0.135989	-0.072237	-0.1597896
C_{ia}	1.18E-04	2.93E-03	8.21E-04	1.38E-03	1.06E-04
CC_{ia}	8.24E-02	8.34E-02	3.74E-02	3.71E-02	0.0366649
D_{ia}	-8.23E-02	-8.05E-02	-3.66E-02	-3.57E-02	-3.66E-02
C_{ip}	1.019761	0.8812073	1.000542	1.11013	0.9801912
CC_{ip}	1.207875	0.935478	1.099948	1.146691	1.103422
D_{ip}	-0.188114	-0.0542707	-0.099406	-0.036561	-0.1232308

表 5.8 T 分配下不同製程變異之指標估計值

	T_7	T_6	T_5	T_5	T_3
樣本標準差	1.173829927	1.19977308	1.240167405	1.38311256	1.637538702
C_p	1.007996	1.020814	1.040984	1.022486	0.6106726
CC_p	5.417756	6.020131	5.799133	6.135192	8.259821
D_p	-4.40976	-4.999317	-4.758149	-5.112706	-7.6491484
C_{pm}	1.007409	1.020477	1.040906	1.022413	0.609627
CC_{pm}	0.8896461	0.865136	0.8418688	0.7814177	0.4618355
D_{pm}	0.1177629	0.155341	0.1990372	0.2409953	0.1477915
C_{pp}	0.9853442	0.9602696	0.9229472	0.9566373	2.690739
CC_{pp}	1.263471	1.336076	1.410948	1.637697	4.688407
D_{pp}	-0.2781268	-0.3758064	-0.4880008	-0.6810597	-1.997668
C_{ia}	1.15E-03	6.33E-04	1.38E-04	1.37E-04	9.21E-03
CC_{ia}	4.40E-04	6.33E-04	4.16E-04	3.93E-06	1.37E-02
D_{ia}	7.07E-04	0.00E+00	-2.78E-04	1.33E-04	-4.54E-03
C_{ip}	0.9841976	0.959637	0.9228089	0.9565002	2.681533
CC_{ip}	1.263032	1.335444	1.410532	1.637693	4.674663
D_{ip}	-0.2788344	-0.375807	-0.4877231	-0.6811928	-1.99313

第六章 結論與建議

欲成功地掌握產品品質實有賴貫測實施品管活動，而成功地實施品管活動又仰賴於正確的製程能力分析之資訊。鑑於正確的製程能力分析資訊是徹如此的重要，因此正確的製程能力指標估計法相對的十分重要。由於傳統的製程能力估計方法是假設製程分配為常態分配下來針對製程指標進行估計。因為製程的母體分配為未知，故母體的參數均為未知，必須利用統計方法來進行估計。如母體平均數與標準差，其估計量如下：

$$\bar{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$
$$s = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

將上面兩個公式所求出來的結果帶入製程能力指標的估計式，既可求出在傳統的製程能力估計法下所推算出的製程能力之點估計量。

在現實的製程中，製程分配大多是未知，而母體參數亦是未知，因此在對製程指標進行估計時必須先對製程的參數進行統計估計。但在傳統的製程能力指標的估計方法上，有製程母體為常態的假設。而當製程母體不為常態時，傳統的估計量將無法正確的反應製程的能力。在本論文中，提出 Clements' Method 來解決這個問題。

經過模擬之後，得到傳統的估計方式與 Clements' Method 兩者之差異：

1. Normal：在指標 C_p 下使用 Clements' Method 所估計出來的製程指標會高於傳統的估計法。至於其他的製程指標則沒有一致性。
2. Beta：在此製程分配下，使用傳統的估計方式在指標 C_p 、 C_{pm} 會有低估的情形。而在指標 C_{pp} 則有高估的情形，但其次指標 C_{ia} 並沒有一致性的情形發生，只有 C_{ip} 與 C_{pp} 有相同的結果。
3. Chi_square：在卡方分配下的模擬結果則與 Beta 分配完全相反。在指標 C_p 、 C_{pm} 下使用傳統的估計方式會有高估的情形。而在指標 C_{pp} 則有低估的情形，兩個次指標 C_{ia} 與 C_{ip} 的模擬結果與 C_{pp} 相同。
4. T：在此製程分配下， C_p 在使用傳統的估計法會有低估的情形，但在 C_{pm}

則會有高估的情形，而在 C_{pp} 確有高估情況發生，其次指標 C_{ia} 在不同的母體參數下並沒有任何的一致性，且其估計值都十分接近於 0。而造成 C_{pp} 有高估情況發生的主因應該為 C_{ip} 。

表 6.1 傳統的估計方式與 Clements' Method 之差異表

	Normal	Beta	C^2	T
C_p	-	-	+	-
C_{pm}	*	-	+	+
C_{pp}	*	+	-	-
C_{ia}	*	*	-	*
C_{ip}	*	+	-	-

其中+：使用傳統的估計方法將會有高估的情形發生。

-：使用傳統的估計方法將會有低估的情形發生。

*：使用兩種估計方法的差異並沒有一致性。。

5. 在指標 C_p 的估計上，經由模擬的結果可知，使用傳統的製程能力估計方法仍為較佳。

在本論文中主要是針對兩種製程能力的估計法做差異性的比較，然而在理論上使用製程能力弱度指標在非常態的製程分配下，則需對於該指標所分解出的兩個次指標 C_{ia} 與 C_{ip} 在各種不同的製程分配下求算出個別的不偏估計量及其估計量的期望平均值、期望變異數，但在求該不偏估計量及其估計量的期望平均值、期望變異數確有統計推估的困難。而在本文中所推導出的製程能力估計方式則是簡化了這個統計推估的困難。但是由於本身仍是一個製程能力的近似估計量，故在推導一個更具穩健性的製程能力估計方式或在推估範圍上仍有研究發展上的空間。

參考文獻

1. 古東源，1993，「各項製程能力指標之整理及優缺點之研究」，行政院國家科學委員會補助專題研究報告
2. 黃登源，1995，「統計品管中製程能力指標研究」，行政院國家科學委員會補助專題研究報告
3. 張國聲，1997，「品質管制」，大中國出版社
4. 陳耀茂，1998，「談製程能力指數的點估計與區間估計」，品質管制月刊
5. 鄭春生，1995，「品質管理」，三民書局
6. 戴久永，1992，「全面品質經營」，中華民國品質管制學會
7. 盧昆宏，1997，「非常太分配下製程能力檢定之研究」，國立高雄科學技術學院學報 27
8. Boyles,R.A. (1991)The Taguchi capability index Journal of Quality Technology,23,17-26
9. Chan,L.K, Cheng,S.W. and Spiring,F.A, (1988)A new measure of process capability:Cpm Journal of Quality Technology,20,162-175
10. Chen, K. S. (1998) Estimation of the process incapability index Communications in Statistics-Theory and Methods
11. Cheng,S.W, (1994) Practical implementation of the process capability index Quality Engineering ,7(2),239-259
12. Clements, J. A. (1989) Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions,Quality, Progress. , 22, 95-100
13. Greenwich, M. and Jahr-Schaffrath, B. L. (1995)A process incapability index International Journal of Quality & Reliability Management 12, 58-71
14. Pearn,W.L. and Chen,K.S. (1997)A practical implementation of the process capability index Cpk Quality Engineering ,7(2),239-259
15. Pearn, W. L. , Kotz, S. (1994) Application on Clements' Method for Non-Normal Pearsonian Populations,Quality Engineering, 7(1), 139-145
16. Pearn, W. L. , Kotz, S. and Johnson , N. L. (1992) Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices,Journal of Quality Technology,24(4), 216-233
17. Pearson, E. S. and Hartley, H.O. , (1971) "Biometrika tables for Statisticians , VOL 2.Cambridge University Press, London
18. Phillips,G.P. (1994) Target ratio simplifies capability index system,makes it easy

to use C_{pm} Quality Engineering,7(2),299-313