

一、緒論

1.1 研究背景

統計品質管制是品質管制中最重要的一環，而在統計品質管制當中最常用的方法是管制圖，品質管制分為兩種：一種是線內品管、一種是線外品管，管制圖即屬於線內品質管制的方式之一。管制圖運用了視覺監控的技術來協助判斷製程是否處於穩定狀態內，若製程發生異常狀況則需判斷其異常形成原因，並採取矯正措施，以達到「預先防範，避免浪費」的管制要求。

W.A.Shewhart 博士於 1924 年發展出管制圖，運用取樣數順序、取樣時間與所取得樣本所量測出來的品質特徵值，利用此品質特徵值來繪製成管制圖，圖中包含了中心線—代表管制狀態內製程品質特性的平均值，兩條水平線形成了管制界限，而這兩條水平線分別稱為管制上限及管制下限。將所量測出來的數據描繪在管制圖上，當量測出來的平均值落在管制界限內，就將製程視為在管制狀態內；當量測出來的平均值落在管制界限外就視為製程失控的證據，需要尋求製程失控的可歸屬原因 [18] 及矯正措施。管制圖是用來協助製程上做預先防範異常的發生，結合了統計的原理概念，再運用簡單的圖表方式，讓操作者跟管理者方便目視管理，因此造就了的管制圖廣泛的運用在各式的生產線上，以作為製程管制的主要工具。

Shewhart 管制圖的觀念是以製程本身的能力繪製出管制界限，再以此管制界限來規範製程本身，但隨著知識的衍進及生產製程上的不同需求，Shewhart 管制圖已不再是製程管制圖的唯一選擇，有更多的專家學者提出不同的管制方式，針對不同的品質特性、製程需求加以研究與設計，因此目前亦產生出相當多種類的管制圖，供製造業參考使用。

大多使用傳統管制圖的設立，他們都著眼於製程的統計管制、降低製程變異，以達到持續改善的目的，但在製程中為使產品符合規格的要求，部分學者基於品質成本的考量及客戶規格的需求，以規格為衡量的基準，在規格界限向內縮一部分作為管制界限，以作為監控制製程之用，這種方式是選擇用製程平均數去管制製程所產生的品質，而不用傳統的 Shewhart 管制

圖去監控品質特性。當製程品管的目的是在於管制製程的合格與否而非用來監控製程的管制狀態，此時有：拒收管制界限（修正管制界限）、預先管制圖、允收管制圖、等管制圖來使用。

其中以 1957 Freund 發展出的允收管制圖較良好，因其係結合規格界限及風險（型一誤差、生產者冒險率）、風險（型二誤差、消費者冒險率）兩種風險來求出管制界限。充分結合了允收抽樣和管制圖的一種工具，可提供對生產者或消費者甚至是兩者皆能接受的品質保證方式來監控製程，提供了品管人員做製程品質管制一個良好的工具。

1.2 研究目的

現在的製程型態已漸趨於零缺點，但當製程抽樣是零缺點時，我們仍執意使用 Shewhart 管制圖來管制製程，此時並無法計算出其管制界限，便無從管制。若換個方式，單單只用規格來管制，又深恐製程一旦出現問題就已有部分產品超出規格成為不良品，得重工甚至是報廢來處置。

在管制圖建構初期，當尚未有足夠數據計算出管制界限時，我們一般是先以規格來做管制，但在此時若單單只用規格來管制，是不是亦深怕製程一旦出現問題就早已製造出部分瑕疵品了。

以目前的製造型態製程進行的速度相當快且大量，製程快速之下節省了產品 Cycle time 及成本，但一旦發生異常往往不良品亦會產生相多的數量造成莫大的損失，所以我們極力尋求預防的方法來解決此項潛在危機。通常我們多採用的是 Shewhart 管制圖來管制製程，但若遇到下列情況便有些問題產生：

1. 當製程呈現零缺點時，此時作計數值管制圖必無法做管制，因為三條界限都重疊在 0 點，而無法判別。
2. 當規格公差遠較製程公差大時（ $6\sigma < USL - LSL$ ）。
3. 製程只需監測其是否合格而不需監測製程狀態時，甚至是製程不佳時，因為通常使用管制圖的前提是製程在穩定狀態下才運用管制圖監控製程，而製程不佳時並不適用，此時應先改善製程再作管制圖，而在這改善過程中將如何監控製程？

4. 管制圖使用初期尚未計算出管制界限時，若單以規格界限來管制唯恐會產生非機遇原因所致異常而未預先偵測出之虞。

後續有些學者研究，當製程品管的目的是在於管制製程的合格與否而非用來監控製程的管制狀態時，此時可運用的有：修正管制界限（拒收管制界限）、預先管制圖、允收管制圖、等管制圖來使用。

如何運用規格界限而兼顧生產者冒險率、消費者冒險率的要求，又能預先監控製程即是個重要課題了，在眾多以規格為基準而運算出管制界限的管制圖中，其中以 1957 Freund 博士發展出的允收管制圖較合理且考量較周詳。其中係結合了規格界限、生產者冒險率（型一誤差）及消費者冒險率（型二誤差）兩種風險來求出管制界限，是一種結合了允收抽樣和管制圖的工具。

允收管制圖可兼具對生產者的保證（型一誤差）及消費者的保證（型二誤差），使兩者取得一個雙方皆認同的平衡點下做製程管制。

一般將管制圖分為兩種類型：一是計量值管制圖（包括 \bar{X} - R 管制圖、 \bar{X} - S 管制圖、X-MR 管制圖..等），一是計數值管制圖（包括不良率 P 管制圖、不良數 NP 管制圖、缺點數 C 管制圖、單位缺點數 U 管制圖..等），本研究則分別針對這些管制圖推導出其允收管制界限，探討運用允收管制界限在遇到上述幾種狀況時是否會比運用傳統管制圖好

1.3 論文架構

本研究第一章說明做此研究的背景及最初研究的目的，以及本研究的適用範圍及整個研究架構，第二章則藉由文獻探討及回顧來說明此研究的背景及由來以及接下來研究的理論架構，第三章則進行推導出各管制圖的允收管制界限，第四章則進行數據實際驗證允收管制界限較傳統管制界限合宜及不適之處，第五章則將整個研究做結論並說明未來可進行的研究方向，整個研究架構如圖 1.1 所示。

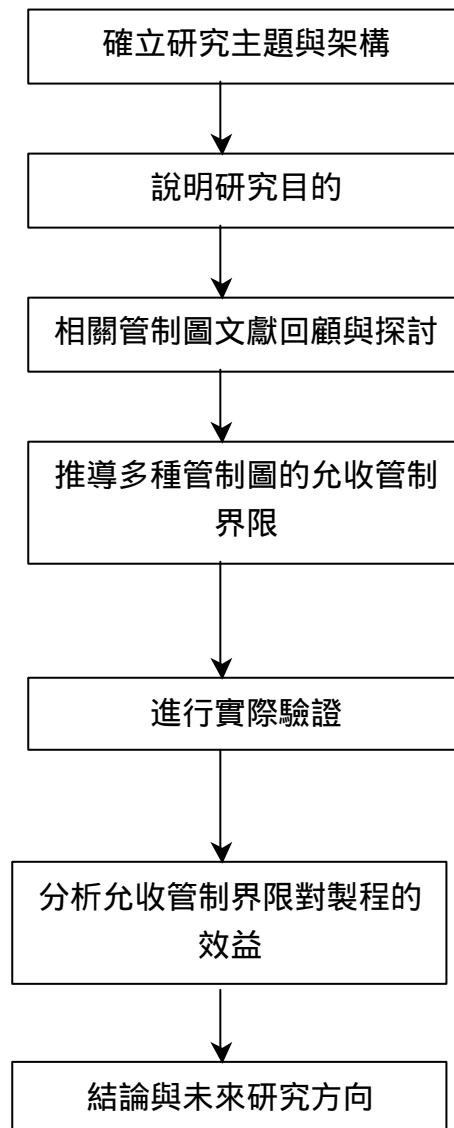


圖 1.1 研究架構

二、文獻探討

2.1 Shewhart 管制圖

1924 年 Shewhart [18]發展出管制圖來，結合了統計原理繪製成簡單的圖形，以方便監控製程狀態，管制圖的管制界限係將常態分配圖形轉 90°，如圖 2.1，

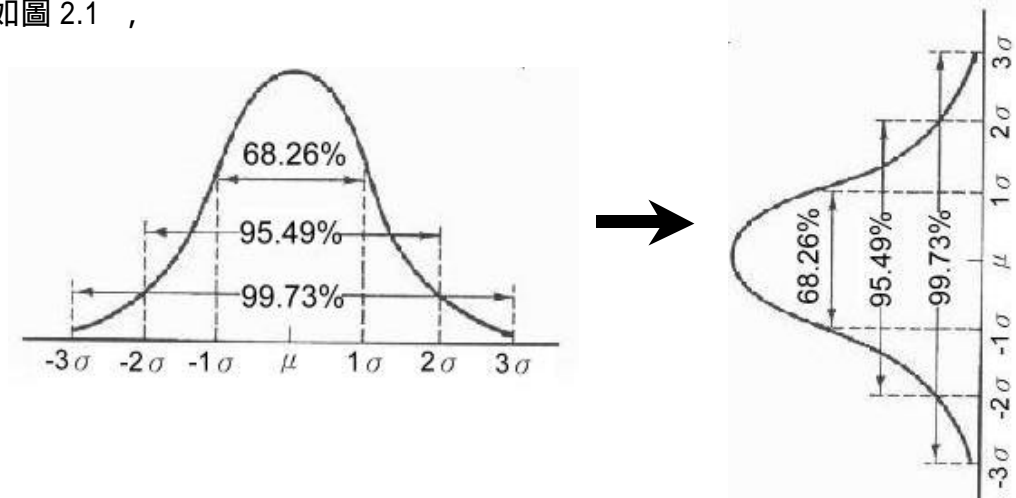


圖 2.1 管制圖形成原理

其中包含三條線：管制上限、中心線、管制下限，一般的模型是設平均數為 μ ，標準差為 σ ，K 是以標準差為單位，K 是管制界線與中心線的距離（一般 $K=3$ ），此三條線計算方式分別為：

$$\text{Upper Control Limit : } UCL = \bar{\bar{X}} + K \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

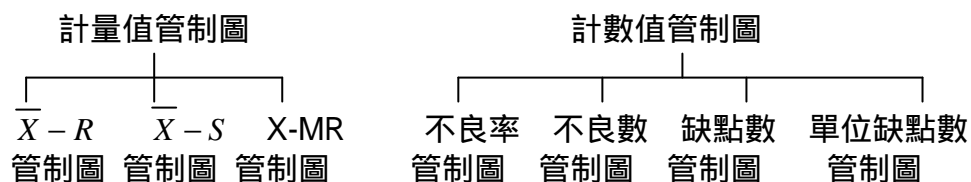
$$\text{Center Line : } CL = \bar{\bar{X}}$$

$$\text{Lower Control Limit : } LCL = \bar{\bar{X}} - K \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

此是由 Shewhart 所提出，所以根據這些規則發展出來的又稱為 Shewhart 管制圖。

Shewhart 管制圖的類型有許多種，至於應選擇哪一種類型的管制圖，則視數據之類型而定。

一般我們將數據分成兩大類：計數值資料跟計量值資料[2]，品質特徵值是連續尺度上測量出來的稱為計量值，例如：長度、重量..等；品質特徵值是不方便以數字表現出來，只依是否符合規格的品質特性來分類被檢查項目的良否的稱為計數值，例如：鋼板上的裂痕、不良零件數、顧客抱怨數..等。所以依此原則將 Shewhart 管制圖分成兩大類型：一為計量值管制圖，另一為計數值管制圖。



當產品品質特徵值屬於計量值，則用集中趨勢及衡量變異來描述品質特徵是相當方便的運用，集中趨勢量數與離中趨勢量數搭配使用來監控製程的稱為計量值管制圖，在集中趨勢量數方面最常用的是 \bar{X} 管制圖，離中趨勢量數方面依據樣本大小不同最常用的是 R 管制圖、MR 管制圖、S 管制圖；當產品特徵值屬於計數值，則用產品的某些屬性或是以計算產品的不合格數為基準來判斷產品是否合格，此稱為計數值管制圖，而計數值品質特性又分為兩類：

- 1.不良 (non-conformity)：一件產品具有達一種 (含一種) 以上的缺點而喪失功能或不符合規格稱為不良，常用的有不良率管制圖 (P control chart)、不良數管制圖 (NP control chart)。
- 2.缺點 (defect)：一件產品有瑕疵或毛病導致不符合規格時稱為缺點，常用的有缺點數管制圖 (C control chart)、單位缺點數管制圖 (U control chart)。

計量值管制圖與計數值管制圖的運用時機，以圖 2.2 表示：

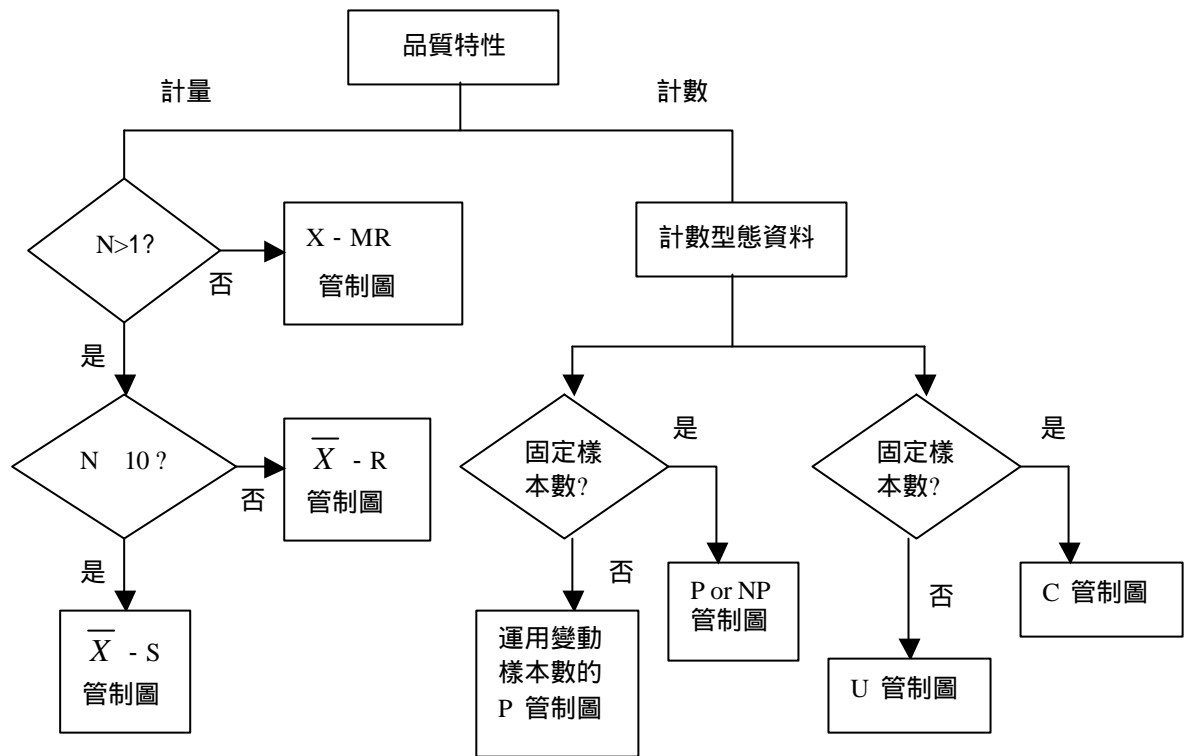


圖 2.2 計量值管制圖與計數值管制圖的運用時機

資料來源：”The management and control of quality” P.693 [7]

上圖說明了當產品品質特徵值屬於計量值之下，樣本數為 1 時使用 X-MR 管制圖；樣本數大於 1 但小於等於 10 時使用 \bar{X} - R 管制圖；樣本數大於 10 時使用 \bar{X} - S 管制圖。當產品品質特徵值屬於計數值之下，品質特性屬於不良時，當樣本數固定時可用不良數（NP）管制圖或不良率（P）管制圖，當樣本數變動時只能用不良率（P）管制圖；品質特性屬於缺點時，當樣本數固定時可用缺點數（C）管制圖，當樣本數變動時用單位缺點數（U）管制圖。

2.1.1 計量值管制圖

利用統計學的抽樣理論及 3 個標準差準則來設定管制界限，應用管制圖作為過程品管之工具時，必須兩圖並用才能達到成效。管制圖的目的在監控生產過程的穩定狀態，而且以生產過程的穩定預設標準來管制，即管制圖的先決條件是需儘量在「組分均勻，組間變異大」[1]時來監控製程，所以需先看離中趨勢量數的管制圖即全距（R）管制圖、標準差（S）管制圖、移動全距（MR）管制圖，當這些管制圖穩定時，才來看集中趨

勢量數管制圖即個別值（ X ）管制圖、平均值（ \bar{X} ）管制圖才有意義。換言之，一圖以管制過程平均數的變化用以管制過程之品質水準，另一圖用以管制品質變異的程度，即用以管制過程品質的均勻度。 \bar{X} 、 R 、 S 管制圖的計算公式如下表 2.1：

表 2.1 \bar{X} - R 、 \bar{X} - S 管制圖公式彙總表

方法	\bar{X} 管制圖	R 管制圖	S 管制圖
μ 和 σ 已知	$UCL = \mu + A$ $CL = \mu$ $LCL = \mu - A$	$UCL = D_2$ $CL = d_2$ $LCL = D_1$	$UCL = B_6$ $CL = C_4$ $LCL = B_5$
μ 和 σ 未知，分別以 $\bar{\bar{X}}$ 和 \bar{R} 估計	$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$	$UCL = D_4 \bar{R}$ $CL = \bar{R}$ $LCL = D_3 \bar{R}$	
μ 和 σ 未知，分別以 $\bar{\bar{X}}$ 和 \bar{S} 估計	$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$		$UCL = B_4 \bar{S}$ $CL = \bar{S}$ $LCL = B_3 \bar{S}$

資料來源：”品質管制”，劉漢容，P.7-4 [1]

個別值管制圖

$$UCL = \bar{\bar{X}} + E_2 \bar{R}_M \quad (2)$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - E_2 \bar{R}_M$$

移動全距管制圖

$$UCL=D_4 \bar{R}_M \quad (3)$$

$$CL=\bar{R}_M$$

$$LCL=D_3 \bar{R}_M$$

2.1.2 計數值管制圖

很多品質特性不方便用數字表現，則依其是否符合規格的品質特性來分類，被檢查項目的良否，此為計數值品質特性，我們又將計數值品質特性又分為兩類：

- 1.不良 (non-conformity)：一件產品具有達一種（含一種）以上的缺點而喪失功能或不符合規格稱為不良，常用的有不良率管制圖（P control chart）、不良數管制圖（NP control chart）。所使用的統計原理基礎是二項分配，計算方式如下：

（1）不良率管制圖

共分 m 組，每組抽樣數 n，所有樣組中全部彙總的不良率

\bar{P} 為

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^m Di}{mn} = \frac{\sum_{i=1}^m Pi}{m} \quad i=1,2, \dots, m \quad (4)$$

不良率管制界限算法

$$UCL = \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \quad (5)$$

$$CL = \bar{P}$$

$$LCL = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

(2) 不良數管制圖

樣本大小為 N ，不良率 P (若無可用的標準值 P ，通常用 \bar{P} 來當作 P 的估計值)

不良數管制界限算法

$$UCL = nP + 3\sqrt{nP(1-P)} \quad (6)$$

$$CL = nP$$

$$LCL = nP - 3\sqrt{nP(1-P)}$$

2.缺點 (defect)：一件產品有瑕疵或毛病導致不符合規格時稱為缺點，常用的有缺點數管制圖 (C control chart) 單位缺點數管制圖 (U control chart)。所使用的統計原理基礎是卜氏分配，計算方式如下：

(1) 缺點數管制圖

共抽樣 n 個，總缺點數 C ，平均缺點數 \bar{C} 為

$$\bar{C} = \frac{C}{n} \quad (7)$$

缺點數管制界限算法

$$UCL = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}} \quad (8)$$

$$CL = \bar{C}$$

$$LCL = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$$

(2) 單位缺點數管制圖

共分 m 組，每個樣組件抽樣數為 n ，樣組中有缺點數 C_i ，單位缺點數為 U ，所有樣組的平均單位缺點數為 \bar{U}

$$U_i = \frac{C_i}{n} \quad \bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^m U_i}{m} \quad (9)$$

單位缺點數管制界限算法

$$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} \quad (10)$$

$$CL = \bar{U}$$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

2.2 以規格為基準發展出的管制圖

傳統的管制圖之管制界限係用平均值 ± 3 倍標準差得來，當製程品管的目的是在於管制製程的合格與否而非用來監控制程的管制狀態時，此時運算管制界限係以規格為運算基準點以規格界限再內縮一部分而形成管制界限，可運用包括有：拒收管制界限（修正管制界限）、預先管制圖、允收管制圖、等管制圖，下列就分別探討這些管制圖，並說明本研究為何獨以允收管制界限為研究主軸。

2.2.1 拒收管制界限（修正管制界限）

拒收管制圖係修正 Shewhart 管制圖而得來，又稱為修正管制圖，而修正管制界限一般是運用在製程的 6σ 振幅小於規格界限的振幅時，即在

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} > 1 \text{ 的情形下。對於修正 } \bar{X} \text{ 管制圖的特質，Hill 和 Freund}$$

對修正管制圖有相當的探討，當規格公差遠大於 6σ 時，製程平均允許在某

程度的變異而不會影響到偵測產品的不良率，一旦此種情況出現我們多採用修正 \bar{X} 管制圖而不用一般的管制圖。

針對 \bar{X} 管制圖的拒收管制界限是運用 \bar{X} 和規格界限的關係形成的一種管制界限，Winterhalter 探討拒收管制界限定義為容易計算，認為拒收管制界限是在已知且不變下，產品都在規格界限內 $m \pm 3s$ (甚至是更多倍標準差) 下使用，拒收管制界限容易計算 μ 的高低值，且保證產品都在規格界限內。

單就經濟上來考量，使用規格界限來管制製程，可考慮使用拒收管制界限來代替管制界限，故此時拒收管制界限又稱為修正管制界限[9][15]，修正管制圖係修正 Shewhart 管制圖而發展出來，根據 Shewhart 管制圖的原理指定允收不良率 $p_0=0.135\%$ ， $\alpha=0.135\%$ ，即得到標準常態值 $Z_0=3$ ， $Z_{\alpha/2}=3$ ，拒收管制界限的計算方式：

$$URL = USL - \left(3 - \frac{3}{\sqrt{n}}\right) s \quad (11)$$

$$LRL = LSL + \left(3 - \frac{3}{\sqrt{n}}\right) s$$

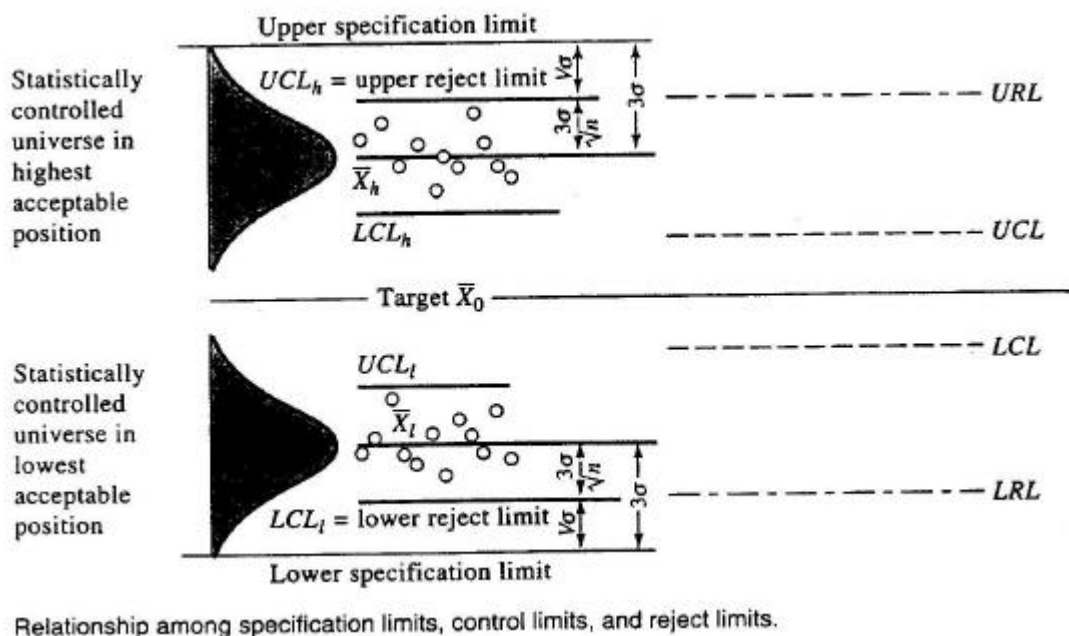


圖 2.3 拒收管制界限原理

資料來源：“STATISTICAL QUALITY CONTROL”，pp.399 [6]

由公式 11 跟圖 2.3 我們觀察拒收管制界限的做法即在規格界限（USL、LSL）向中心值內縮 $\left(3 - \frac{3}{\sqrt{n}}\right)s$ 作為拒收上限（URL）跟拒收下限（LRL）。

拒收管制界限受製程標準差影響甚深，換言之，若製程變異大時其內縮部分亦相對增大，如此亦加大型一誤差，易造成錯誤預警浪費品質成本，所以拒收管制界限僅提供在製程 6σ 遠大於規格公差的狀態下使用，即 $C_p > 1$ 的情況下（ $C_p = \frac{USL - LCL}{6s}$ ）。

2.2.2 預先管制界限

預先管制圖在 1966 年由 Brown [3]、1984 年 Shainin [17]、1985 Traver [21] 發展出，1985 年 Sinibaldi [19] 並將其與傳統的 $\bar{X} - R$ 管制圖做比較，1988 年 Juran 和 Gryna [10]、1990 年 Logothetis [11]、Mackertich [12]、1991 年 Ermer 和 Roepke [5] 分別對於預先管制界限做更詳細的探討。

預先管制圖係用於管制過程而不必繪製管制圖，預先管制圖的原理係假設製程品質特性是呈現常態分配之下，且製程的 6σ 小於等於規格公差，即 $6\sigma \leq USL - LSL$ ，即生產製程能力指標 C_{pk} 在 1.0 以上，甚或 2 或 3 以上更佳。當製程趨近於零缺點時，將其分配以四分位數分割，利用第一四分位數為預先管制下限，第三四分位數為預先管制上限，以此來作為管制。

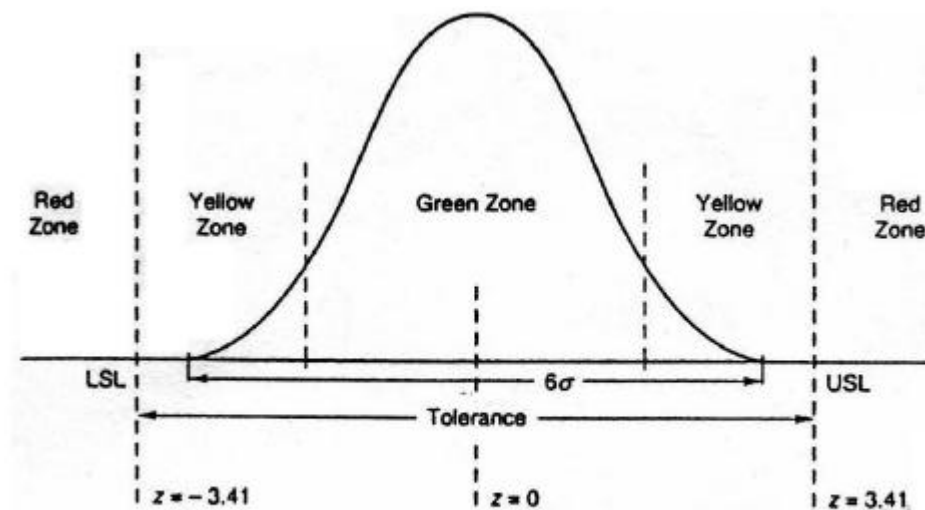
預先管制圖是用來偵測造成產生不良品的製程變動的一種技巧而與傳統管制圖是用來檢定製程變動是否顯著的 SPC 技術不同。它的優點是計算簡單且樣本很小，抽取一定頻率的樣本，以判斷過程品質的允收與否即可。

預先管制圖的使用前提是運用在製程能力指標 $C_{pk} > 1$ 以上甚至到 2 或 3 以上者，而且是製程以幾近於零缺點的境界時使用。預先管制界限適用於下列情形[2]：

1. 製程時間短作業員還無足夠數據算出管制界限時。
2. 作業員沒時間或沒能力算出管制界限時。
3. 抽樣資料落在管制界限外上不致造成製程損失時用。

預先管制圖的原理是假設製程品質特性成常態分配且自然公差大約等

於規格公差 ($6\sigma = USL - LSL$)，將其分配以四分位數分割，最外側兩條線為規格上限 USL 及規格下限 LSL，內側兩條線分別是：第一四分位數、第三四分位數，以作為預先管制上限 UPCL 及預先管制下限 LPCL，如圖 2.4 所示



The normal distribution and the precontrol zones ($6\sigma = .887$).

圖 2.4 預先管制圖原理

資料來源：”FUNDAMENTALS OF QUALITY CONTROL AND IMPROVEMENT” ，
pp.226 [13]

預先管制界限的建構即運用規格公差 (USL、LSL) 跟預先管制界限 (UPCL、LPCL)，將公差分成五個區域分別以紅、黃、綠三種顏色來區分區域，，如圖 2.4 所示，再針對上列這五個區域訂定如下的預先管制界限判斷準則，如下表 2.2

表 2.2 預先管制界限判斷準則表

量測	區域	判斷
第一次取樣	綠	繼續流程（不需第二次取樣）
第一次取樣	黃	檢查下一點
第二次取樣	綠	繼續流程
第一次取樣	黃	檢查下一點
第二次取樣	黃	調整或矯正 第一和第二次取樣皆落在相同邊的黃色區域，顯示 \bar{X} 超出管制 第一和第二次取樣落在不同邊的黃色區域，顯示 R 超出管制以及變異增加
第一次取樣	紅色	調整或矯正

資料來源：“STATISTICAL PROCESS CONTROL AND QUALITY IMPROVEMENT”，
pp.201 [20]

為方便了解，特將預先管制的抽檢流程用流程圖來表示，如圖 2.5 所示。

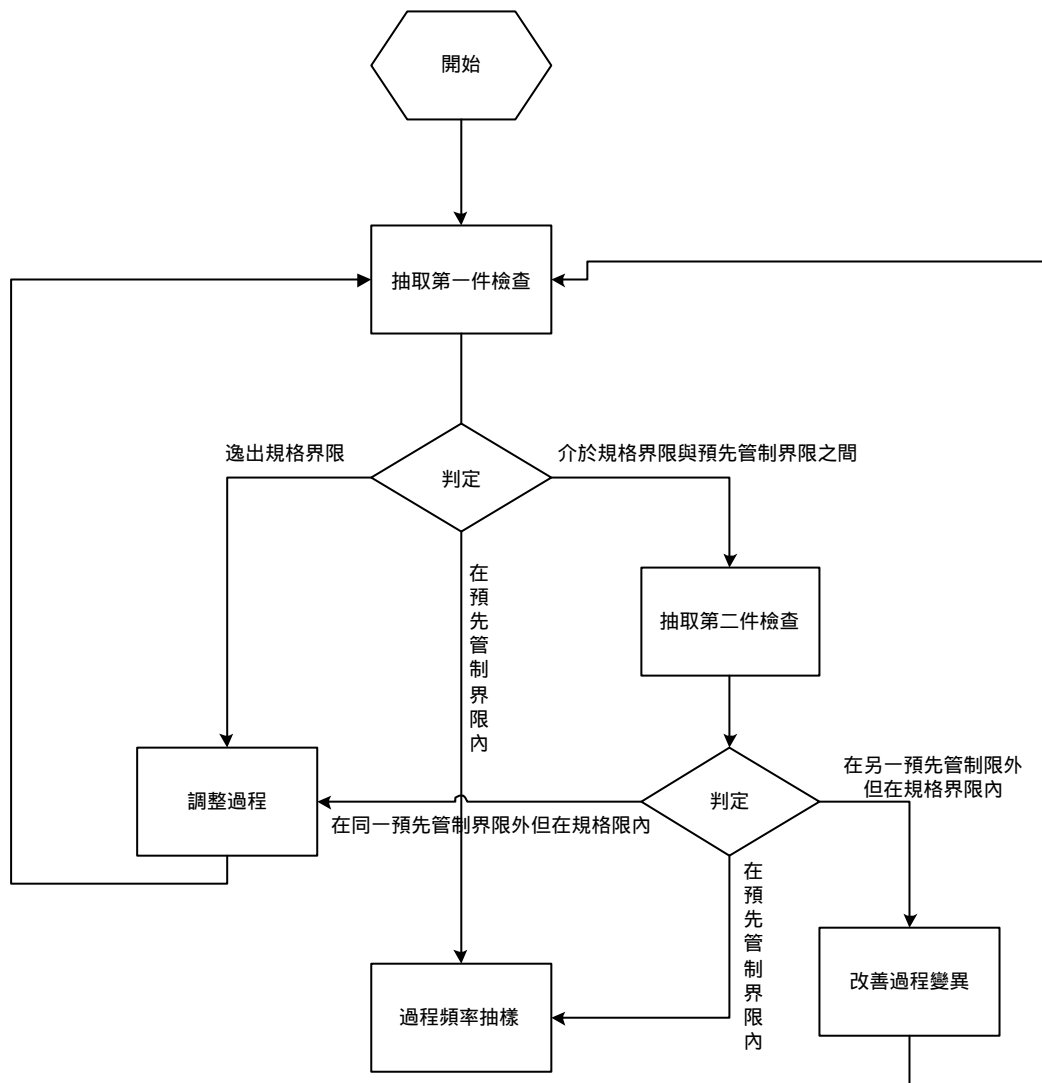


圖 2.5 預先管制界限抽檢流程

資料來源：“品質管制”，劉漢容，P.10-14 [1]

如此做法雖然簡單，但也因為簡單而使其劃分方式相當簡略，僅是簡單的將規格公差分成四等分來管制，並未周嚴的考量到其他的統計量數。

2.2.3 允收管制圖

允收管制圖是利用 \bar{X} 管制圖來管制不良率或超過規格比率的方法，允收管制圖在 1957 年由 Freund [8] 所發展出來，1974 年 Duncan [4] 及 1982 年 Schilling [16] 皆分別對於允收管制界限加以探討，允收管制圖中結合了抽樣和管制圖的觀念而成，建立雙重目的管制圖，一方面符合規格要求，一方面又兼具監控製程的管制狀態之功能。

Freund 發展允收管制圖以求算兩種風險：

1. 風險（型一誤差，生產者冒險率）：在符合規格的情況下被拒收的風險機率。
2. 風險（型二誤差，消費者冒險率）：在不符合規格的情況下被允收的風險機率。

允收管制圖，有 3 種計算允收管制界限方式：

1. 指定樣本大小 n ，允收不合格率 P_0 ，型一誤差 來設計允收管制界限。
2. 指定樣本大小 n ，拒收不合格率 P_1 ，型二誤差 來設計允收管制界限。
3. 指定允收不合格率 P_0 、拒收不合格率 P_1 、型一誤差、型二誤差 來設計允收管制界限。

允收管制圖計算方式如下：

1. 符號說明：

P_0 =允收不合格率

Z_0 =在不合格率 P_0 之下的標準常態數值

P_1 =拒收不合格率

Z_1 =在不合格率 P_1 之下的標準常態數值

=管制圖的型一誤差（生產者冒險率）

Z =對應於型一誤差的標準常態數值

=管制圖的型二誤差（消費者冒險率）

Z =對應於型二誤差的標準常態數值

APL（Acceptable process level）=允收過程水準

RPL（Rejectable process level）=拒收過程水準

ACL（Acceptable control limits）=允收管制界限

2. 允收管制界限計算：

(1) 當指定 n, P_0 , 時

UACL=

$$UAPL + Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = USL - Z_0 S + Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) S \quad (12)$$

LACL=

$$LAPL - Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = LSL + Z_0 d - Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = LSL + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) S$$

如圖 2.6 所示

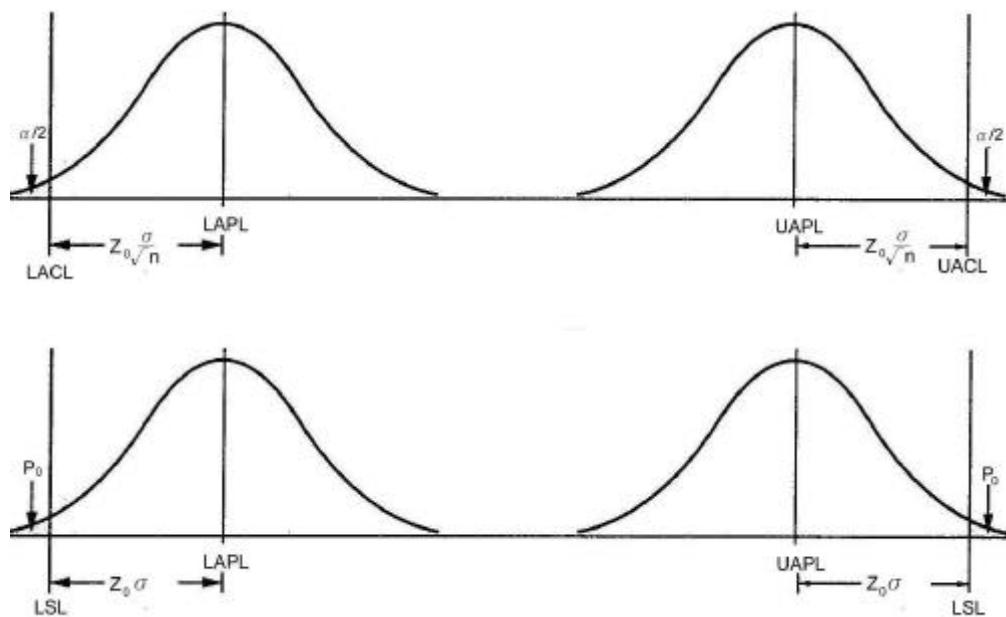


圖 2.6 當指定 n, P_0 , a 時計算允收管制界限

(2) 指定 n, P_1, b 時

$$UACL = UAPL - Z_b \frac{S}{\sqrt{n}} = USL - Z_1 S - Z_b \frac{S}{\sqrt{n}} = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) S$$

(13)

$$LACL = LAPL + Z_b \frac{S}{\sqrt{n}} = LSL + Z_1 S + Z_b \frac{S}{\sqrt{n}} = LSL + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) S$$

如圖 2.7 所示

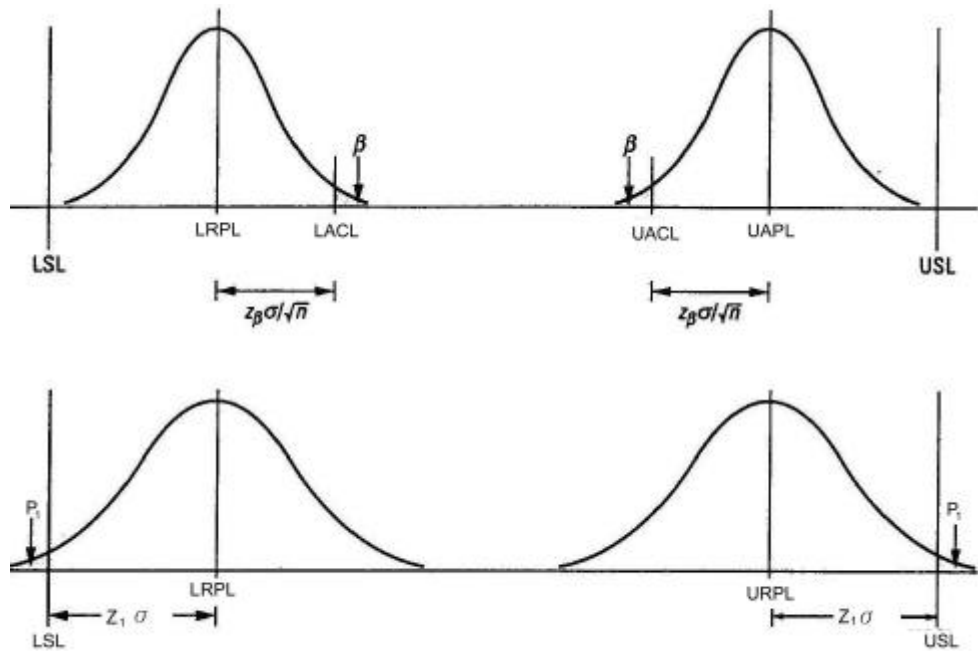


圖 2.7 當指定 n, P_1, b 時計算允收管制界限

(3) 指定 P_0, P_1, b 時，其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_\beta}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

(14)

資料來源：”品質管制”，劉漢容，P.11-3~11-5 [1]

範例：設一磅罐裝咖啡之容量規格為 $USL=1.02$ 磅， $LSL=0.98$ 磅，且指定 $P_0=1\%$ ， $P_1=6\%$ ， $\sigma=5\%$ ， $\sigma=10\%$ 時之允收管制界限，已知 $\sigma=0.005$ 磅。（資料來源：“品質管制”，劉漢容，P.11-7 [1]）

$$\text{解： } Z_b = 1.282 \text{ 則 } n = \left[\frac{Z_{a/2} + Z_b}{Z_0 - Z_1} \right]^2 = \left[\frac{1.96 + 1.282}{2.327 - 1.555} \right]^2 \cong 18$$

（1）當指定 n ， P_0 ， σ 時所算出結果

$$UACL = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2}) \sigma = 1.02 - \left(2.327 - \frac{1}{\sqrt{18}} 1.96 \right) 0.005 = 1.011$$

$$LACL = LSL + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2}) \sigma = 0.98 + \left(2.327 - \frac{1}{\sqrt{18}} 1.96 \right) 0.005 = 0.9893$$

（2）指定 n ， P_1 ， σ 時所算出結果

$$UACL = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sigma = 1.02 - \left(1.555 + \frac{1}{\sqrt{18}} 1.282 \right) 0.005 = 1.011$$

$$LACL = LSL + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sigma = 0.98 + \left(1.555 + \frac{1}{\sqrt{18}} 1.282 \right) 0.005 = 0.9893$$

表示只要在抽樣數為 18 時，此用 Z_0 或 Z_1 求算遠收管制界限答案是相同的但若抽樣數不為 18 時則其結果便不相同，驗證如下：

假設 $n=20$

$$UACL_a = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2}) \sigma = 1.02 - \left(2.327 - \frac{1}{\sqrt{20}} 1.96 \right) 0.005$$

$$= 0.925563$$

$$UACL_b = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sigma = 1.02 - \left(1.555 + \frac{1}{\sqrt{20}} 1.282 \right) 0.005$$

$$= 1.010792$$

假設 $n=16$

$$UACL_a = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2})S = 1.02 - \left(2.327 - \frac{1}{\sqrt{16}} 1.96 \right) 0.005$$

$$= 0.92815$$

$$UACL_b = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b)S = 1.02 - \left(1.555 + \frac{1}{\sqrt{16}} 1.282 \right) 0.005$$

$$= 1.010623$$

2.2.4 拒收管制圖、預先管制圖、允收管制圖之比較

依據上列說明作成下表 2.3 將上列 3 種管制圖做一比較，比較結果如表 2.3 所示

表 2.3 拒收管制圖、預先管制圖、允收管制圖比較表

管制圖種類	管制圖使用前提	優點	缺點
拒收管制圖	製程能力遠大於規格公差的状态下，即 $CP > 1$ 的情況下 $Cp = \frac{USL - LSL}{6S}$	1. 計算方法簡單	1. 製程標準差在管制內
預先管制圖	製程能力指標 $Cpk > 1$ 以上甚至到 2 或 3 以上者	1. 計算方法簡單 2. 樣本很小	1. 僅粗略將規格公差就分成 4 等份，模式較不嚴謹
允收管制圖	型一誤差及型二誤差已確立	1. 考量較周嚴 2. 可同時兼顧考量型一及型二誤差	1. 計算較繁複 2. 若同時兼顧型一及型二誤差時則抽樣數需固定在特定值

資料來源：本研究

在以規格為基準所發展出來的管制圖中，允收管制圖雖然有計算較麻煩的缺失，但在現今電腦設備發達完善的時代，這是可輕易被解決的缺點，故本研究以允收管制圖為研究核心來做探討，研究將允收管制圖帶入傳統管制圖以解決 1.2 節中所提及的特定情況下製程管制的問題，評估其是否較傳統管制圖合適。

2.3 平均連串長度 (ARL)

平均連串長度 (Average Run Length 簡寫成 ARL)，

$$ARL = \frac{1}{P(\text{一點落在管制界限外})}$$

$$\text{當製程在管制狀態下} , ARL = \frac{1}{a} \quad (15)$$

$$\text{當製程不在管制狀態下} , ARL = \frac{1}{1-b} \quad (16)$$

ARL 是檢測出製程變動所需的期望樣本數[14]，ARL 越小表示能越早偵測出異常情形，所以相當常被用來當作衡量管制圖偵測能力衡量指標。

範例：在一個不合格率管制圖中， $n=50$ ， $UCL=0.3697$ ， $LCL=0.303$ ， $\bar{P}=0.2$ ，若製程在管制中顯示 $P=\bar{P}$ ，但任一點落在管制界限內的機率為 0.9973，此時 $a=1-0.9973=0.0027$ ，

$$ARL = \frac{1}{a} = \frac{1}{1-b} = \frac{1}{0.0027} = 370$$

顯示製程在管制中，則每 370 個樣本將會遇到一次失控指示的假訊號。

資料來源：Introduction to statistical quality control [14]，PP.171

本研究係要研究允收管制界限跟傳統管制界限的效益，便以此當作衡量指標之一，以 ARL 高低為判斷標準，探討在何種狀況下傳統的管制圖偵測能力佳，在何種情況下允收管制界限偵測能力好。

2.4 經濟性設計

管制圖的設計除了考慮統計原理外，成本也是其中較重要的因素，如：抽樣成本、檢驗成本、誤警成本、處罰成本、等，可能產生的品質成本。最早提出管制圖經濟設計的是 1956 年

Duncan[14][1]博士所提出的 \bar{X} 管制圖經濟設計模式，而後 Duncan 博士亦提出經濟模式的近似解法，隨後許多專家學者相繼提出管制圖的經濟設計。

管制圖的經濟設計通常涉及三種成本：(1) 抽樣及測試成本 (2) 調查非管制狀態發生與否的相關成本及調查異常的成本 (3) 生產不合格產品所導致的成本。

經濟模型通常運用總成本函數此函數表示管制圖設計之參數與上述三種成本的關係。

$E(T)$ 是一個循環的平均時間長度， $E(C)$ 是一個循環中發生的平均總成本，由此推得每單位時間的平均成本 $E(A) = \frac{E(C)}{E(T)}$ ，經最適化求解過程後，可以求出最適管制圖設計。

2.4.1 符號說明

：在抽樣時間間隔 h 內，非機遇原因發生的平均時間

g ：抽樣、測試、計算及點繪於管制圖上所需的單位時間

D ：樣本點超出管制界限外而找尋非機遇原因的平均時間

V_0 ：製程在管制狀態下，每小時平均淨收益

V_1 ：製程在脫離管制狀態下，每小時平均淨收益

a_1 ：管制圖運作所發生的固定成本

a_2 ：管制圖運作所發生的單位變動成本

a_3 ：製程確實發生變異，找尋非機遇原因的成本

a_3' ：製程並未發生變異，找尋非機遇原因的誤警成本

a_4 ：製程確實發生變異，但未找尋非機遇原因的處罰成本

2.4.2 成本模式

管制圖顯示錯誤警報時，找尋非機遇原因成本： $A = \frac{a_3' \exp(-Ih)}{1 - \exp(-Ih)}$ (17)

非管制狀態下平均時間： $B = \frac{h}{P} - t + gn + D$ (18)

損失成本函數： $L = \frac{Ia_4B + Ia_3 + IA}{1 + IB} + \frac{a_1 + a_2n}{h}$ (19)

本研究便採用上述公式來求算損失成本，運用經濟性設計的觀念來探討傳統管制圖和允收管制圖在不同的成本結構下，其個別的損失成本，以評估兩種管制圖的使用效益及適用時機。

三、研究方法

3.1 傳統管制圖之允收管制界限推導

針對傳統常用到的管制圖，分別推導出其相對的允收管制界限，以提供品管人員另一管制方式的選擇。

3.1.1 符號說明

P_0 =允收不合格率

Z_0 =在不合格率 P_0 之下的標準常態數值

P_1 =拒收不合格率

Z_1 =在不合格率 P_1 之下的標準常態數值

=管制圖的型一誤差（生產者冒險率）

Z =對應於型一誤差的標準常態數值

=管制圖的型二誤差（消費者冒險率）

Z =對應於型二誤差的標準常態數值

APL（Acceptable process level）=允收過程水準

RPL（Rejectable process level）=拒收過程水準

ACL（Acceptable control limits）=允收管制界限

3.1.2 計量值管制圖之允收管制界限

$\bar{X}-R$ 管制圖之 \bar{X} 圖允收管制界限

(1) 指定 n, P_0 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sigma_{\bar{X}} = USL - \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2} \right) \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sigma_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2} \right) \frac{\bar{R}}{d_2}$$

(2) 指定 n, P_1 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sigma_{\bar{X}} = USL - \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sigma_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{R}}{d_2}$$

(3) 指定 P_0, P_1 、 時, 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

$\bar{X}-S$ 管制圖之 \bar{X} 圖允收管制界限

(1) 指定 n, P_0 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sigma_{\bar{X}} = USL - \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2} \right) \frac{\bar{S}}{C_4}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sigma_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2} \right) \frac{\bar{S}}{C_4}$$

(2) 指定 n, P_1 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \mathbf{s}_{\bar{X}} = USL - \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{S}}{C_4}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \mathbf{s}_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{S}}{C_4}$$

(3) 指定 P_0, P_1 、 、 時 , 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

X-MR 管制圖之 X 圖允收管制界限

(1) 指定 n, P_0 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2}) \mathbf{s}_{\bar{X}} = USL - \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2} \right) \frac{\bar{R}_M}{d_2}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2}) \mathbf{s}_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{a/2} \right) \frac{\bar{R}_M}{d_2}$$

(2) 指定 n, P_1 , 時

$$UACL_{\bar{X}} = USL - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \mathbf{s}_{\bar{X}} = USL - \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{R}_M}{d_2}$$

$$LACL_{\bar{X}} = LSL + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \mathbf{s}_{\bar{X}} = LSL + \left(Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b \right) \frac{\bar{R}_M}{d_2}$$

(3) 指定 P_0, P_1 、 、 時 , 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

3.1.3 計數值管制圖之允收管制界限

計數值管制圖中不良率跟不良數管制圖屬於二項分配，缺點數管制圖跟單位缺點數管制圖是屬於卜氏分配，皆非屬於常態分配，故使用下列允收管制界限的假設前提是在當抽樣數大於 30 以上時使用，根據中央極限定理當樣本數夠大時，常態分配將可代替其他分配估計，因該分配趨於常態分配。所以使用下列管制界限的前提是抽樣數需大於 30 !!

P 管制圖之允收管制界限

樣本不良率平均值 $\bar{P} = \frac{\text{總不良數}}{\text{總檢驗數}}$,

(1) 規定不良率 = $USL_p = P_0$, 指定 n , P_0 , 時

$$UACL_p = USL_p - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{\bar{P}}}$$

$$LACL_p = LSL_p + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{\bar{P}}}$$

(2) 規定不良率 = $USL_p = P_1$, 指定 n , P_1 , 時

$$UACL_p = USL_p - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{\bar{P}}}$$

$$LACL_p = LSL_p + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{\bar{P}}}$$

(3) 指定 P_0 、 P_1 、 β 時，其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

NP 管制圖之允收管制界限

樣本不良率平均值 $\bar{P} = \frac{\text{總不良數}}{\text{總檢驗數}}$

(1) 規定不良率 $= USL_p = P_0$, 指定 n, P_0 , 時

$$UACL_{NP} = n \times USL_p - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$LACL_{NP} = n \times LSL_p + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

(2) 規定不良率 $= USL_p = P_1$, 指定 n, P_1 , 時

$$UACL_{NP} = n \times USL_p - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$LACL_{NP} = n \times LSL_p + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

(3) 指定 P_0, P_1 , 時 , 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

C 管制圖之允收管制界限

樣本缺點數平均值 $\bar{C} = \frac{\text{總缺點數}}{\text{總檢驗數}}$

(1) 規定缺點數 $= USL_c$, 指定 n, P_0 , 時

$$UACL_c = USL_c - (Z_0 - Z_{\alpha/2}) \sqrt{\bar{C}}$$

$$LACL_c = LSL_c + (Z_0 - Z_{\alpha/2}) \sqrt{\bar{C}}$$

(2) 規定缺點數 $= USL_c$, 指定 n, P_1 , 時

$$UACL_c = USL_c - (Z_1 + Z_b) \sqrt{\bar{C}}$$

$$LACL_c = LSL_c + (Z_1 + Z_b) \sqrt{\bar{C}}$$

(3) 指定 P_0, P_1 , 時 , 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

U 管制圖之允收管制界限

樣本缺點數平均值 $\bar{U} = \frac{\text{總單位缺點數}}{\text{總檢驗數}}$

(1) 規定單位缺點數=USL_U , 指定 n , P₀ , 時

$$UACL_U = USL_U - (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{\bar{U}}$$

$$LACL_U = LSL_U + (Z_0 - \frac{1}{\sqrt{n}} Z_{\alpha/2}) \sqrt{\bar{U}}$$

(2) 規定單位缺點數=USL_U , 指定 n , P₁ , 時

$$UACL_U = USL_U - (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{\bar{U}}$$

$$LACL_U = LSL_U + (Z_1 + \frac{1}{\sqrt{n}} Z_b) \sqrt{\bar{U}}$$

(3) 指定 P₀、P₁、 、 時 , 其應抽樣數

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} + Z_{\beta}}{Z_0 - Z_1} \right)^2$$

3.1.4 管制界限算式彙總

類型		Shewhart 管制圖	允收管制圖		
			指定 n, P_0 , 時 之 \bar{X} 圖	指定 n, P_1 , 時 之 \bar{X} 圖	指定 $P_0、P_1、$ 、 , 其應抽樣數
計 量 值 管 制 圖	$\bar{X}-R$	$UCL=\bar{\bar{X}}+A_2\bar{R}$ $CL=\bar{\bar{X}}$ $LCL=\bar{\bar{X}}-A_2\bar{R}$ $UCL=D_4\bar{R}$ $CL=\bar{R}$ $LCL=D_3\bar{R}$	$UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{R}}{d_2}$ $LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{R}}{d_2}$	$LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{R}}{d_2}$ $UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{R}}{d_2}$	$n=\left(\frac{Z_{\alpha/2}+Z_{\beta}}{Z_0-Z_1}\right)^2$
	$\bar{X}-S$	$UCL=\bar{\bar{X}}+A_3\bar{S}$ $CL=\bar{\bar{X}}$ $LCL=\bar{\bar{X}}-A_3\bar{S}$ $UCL=B_4\bar{S}$ $CL=\bar{S}$ $LCL=B_3\bar{S}$	$LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{S}}{C_4}$ $UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{S}}{C_4}$	$LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{S}}{C_4}$ $UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{S}}{C_4}$	
	$\bar{X}-MR$	$UCL=\bar{\bar{X}}+E_2\bar{R}_M$ $CL=\bar{\bar{X}}$ $LCL=\bar{\bar{X}}-E_2\bar{R}_M$ $UCL=D_4\bar{R}_M$ $CL=\bar{R}_M$ $LCL=D_3\bar{R}_M$	$LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{R}_M}{d_2}$ $UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\frac{\bar{R}_M}{d_2}$	$LACL_{\bar{X}}=LSL+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{R}_M}{d_2}$ $UACL_{\bar{X}}=USL-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\frac{\bar{R}_M}{d_2}$	
計 數 值 管 制 圖	P	$UCL=\bar{P}+3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$ $CL=\bar{P}$ $LCL=\bar{P}-3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	$LACL_p=LSL_p+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$ $UACL_p=USL_p-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	$LACL_p=LSL_p+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$ $UACL_p=USL_p-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	
	NP	$UCL=n\bar{P}+3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$ $CL=n\bar{P}$ $LCL=n\bar{P}-3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$	$LACL_{np}=n\times LSL_p+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$ $UACL_{np}=n\times USL_p-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$	$LACL_{np}=n\times LSL_p+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$ $UACL_{np}=n\times USL_p-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$	
	C	$UCL=\bar{C}+3\sqrt{\bar{C}}$ $CL=\bar{C}$ $LCL=\bar{C}-3\sqrt{\bar{C}}$	$LACL_c=LSL_c+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{C}}{n}}$ $UACL_c=USL_c-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{C}}{n}}$	$LACL_c=LSL_c+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{C}}{n}}$ $UACL_c=USL_c-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{C}}{n}}$	
	U	$UCL=\bar{U}+3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$ $CL=\bar{U}$ $LCL=\bar{U}-3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$	$LACL_U=LSL_U+\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$ $UACL_U=USL_U-\left(Z_0-\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right)\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$	$LACL_U=LSL_U+\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$ $UACL_U=USL_U-\left(Z_1+\frac{1}{\sqrt{n}}Z_{\beta}\right)\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$	

3.2 衡量允收管制界限和傳統管制界限

針對傳統管制圖分別推導出其相對的允收管制界限後，接續要做的是探討允收管制圖對製程的效益，衡量方式為分別針對下列情況：

1. 當規格公差遠較製程公差大時 ($6\sigma < USL - LSL$)。
2. 製程偏移量大，製程不佳時。

3.2.1 衡量尺度一-----ARL

運用平均連串長度的多寡來分別衡量不同的 C_p 、 C_{pk} 值，其相對應的允收管制界限的平均連串長度跟傳統管制界限的平均連串長度。

設定在下列條件下進行驗證：

1. 偏移量：分 0、0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0，共 7 個尺度
2. 樣本數：分 1、5、10、20，共 4 個尺度
3. C_p 值：分 1、2、3，共 3 個尺度
4. C_{pk} 值：在不同的 C_p 值下對應到不同的製程偏移量，而求算出相對應的 C_{pk} 值。

將上列條件交互配置在不同的情形下，分別求算出其相對應的平均連串長度 (ARL)，利用平均連串長度來觀測管制圖對製程異常的偵測能力。

此項衡量的目的是運用平均連串長度係顯示製程偵測異常的敏感度的特性，藉此了解製程的 C_p 、 C_{pk} 值在何範圍使用傳統管制界限偵測異常能力較佳， C_p 、 C_{pk} 值在何範圍使用允收管制界限偵測異常能力較佳。

3.2.2 衡量尺度二-----經濟性設計

運用經濟性設計的觀念，分別衡量在不同的成本結構下，其相對應的允收管制圖跟傳統管制圖的損失成本。

因為本身 Shewhart 管制圖跟允收管制圖對管制界限的計算基準便不同，Shewhart 管制界限的計算係基於製程能力的平均值及標準差來運算，而允收管制圖係運用規格界線為基準加上、的考量向內縮來作為管制界限，兩者理論基礎並不同，故借用 Montgoery 統計品質管制 [14] 一書中例題 10-1 的結果，利用在最佳 Shewhart 管制圖的經濟性設計下跟允收管制圖相比較，將兩者的比較基準訂於同處下來比較，相較其在不同成本

結構下不同的 σ 、 μ 代入允收管制圖求算其損失成本，將結果與 Shewhart 管制圖的損失成本相較，尋找出在不同的成本結構下，應如何訂定允收管制圖的 σ 、 μ 值，其損失成本會比 Shewhart 管制圖低，而在何情況下允收管制圖的損失成本會比 Shewhart 管制圖的高，提供使用者在訂定允收管制圖的 σ 、 μ 值時的參考。

四、允收管制界限對製程管制的效益評估

本章將分別以平均連串長度及經濟成本為比較基準，針對允收管制圖跟傳統管制圖在製程管制中的效益作評估，評估狀況分述如下：

4.1 以平均連串長度（ARL）為衡量基準

ARL 是為檢測出製程變動所需的期望樣本數，即是當製程發生變異一直到管制圖能偵測初期變異為止共需經過多少的抽樣次數，故以此作為衡量基準，而運用平均連串長度亦可相對應到我們一般常用的製程衡量指標 C_p 、 C_{pk} 值，幫助我們亦於評估當製程指標在何範圍內適用允收管制圖或傳統管制圖。

當製程在管制狀態中（0 倍偏移）平均連串長度的計算方法是

$ARL = \frac{1}{a}$ ，當製程不在管制狀態下（製程有 k 倍偏移）平均連串長度的計算

方法是 $ARL = \frac{1}{1 - b}$ 。

當製程在不同偏移量不同的 C_p 、 C_{pk} 值下，比較兩種管制圖的 ARL，其中允收管制圖係以： ± 0.01 、 0.05 、 0.10 、 0.25 、 0.5 、 0.9 ， ± 0.01 、 0.05 、 0.10 、 0.25 、 0.5 、 0.9 作運算，下表為運用 EXCEL 分析出的結果：

表 4.1 不同樣本下，以 ARL 為衡量基準詳細結果列表

N	偏移量	C _p	C _{pk}	PPM	ARL	C _p	C _{pk}	PPM	ARL	C _p	C _{pk}	PPM	ARL	允收管制圖 ARL	
1	0	1	1.00	2700	370	2	2.00	0.002	370	3	3.0	0	370	=0.01	100
	0.5	1	0.83	6442	155	2	1.67	0.019	155	3	2.5	0	155	=0.05	20
	1	1	0.67	22782	44	2	1.33	0.29	44	3	2.0	6.66E-10	44	=0.1	10
	1.5	1	0.50	66811	15	2	1.00	3.40	15	3	1.5	3.22E-08	15	=0.25	4
	2	1	0.33	158656	6	2	0.67	31.69	6	3	1.0	1.29E-06	6	=0.5	2
	2.5	1	0.17	308538	3	2	0.33	232.67	3	3	0.5	4.04E-05	3	=0.9	1
	3	1	0.00	500000	2	2	0.00	1349.97	2	3	0.0	0.00099	2	=0.01	1
5	0	1	1.00	2700	370	2	2.00	0.002	370	3	3.0	0	370	=0.05	1
	0.5	1	0.83	6442	33	2	1.67	0.019	33	3	2.5	0	33	=0.1	1
	1	1	0.67	22782	4	2	1.33	0.29	4	3	2.0	6.66E-10	4	=0.25	1
	1.5	1	0.50	66811	2	2	1.00	3.40	2	3	1.5	3.22E-08	2	=0.5	2
	2	1	0.33	158656	1	2	0.67	31.69	1	3	1.0	1.29E-06	1	=0.9	10
	2.5	1	0.17	308538	1	2	0.33	232.67	1	3	0.5	4.04E-05	1		
	3	1	0.00	500000	1	2	0.00	1349.97	1	3	0.0	0.00099	1		
10	0	1	1.00	2700	370	2	2.00	0.002	370	3	3.0	0	370		
	0.5	1	0.83	6442	13	2	1.67	0.019	13	3	2.5	0	13		
	1	1	0.67	22782	2	2	1.33	0.29	2	3	2.0	6.66E-10	2		
	1.5	1	0.50	66811	1	2	1.00	3.40	1	3	1.5	3.22E-08	1		
	2	1	0.33	158656	1	2	0.67	31.69	1	3	1.0	1.29E-06	1		
	2.5	1	0.17	308538	1	2	0.33	232.67	1	3	0.5	4.04E-05	1		
	3	1	0.00	500000	1	2	0.00	1349.97	1	3	0.0	0.00099	1		
20	0	1	1.00	2700	370	2	2.00	0.002	370	3	3.0	0	370		
	0.5	1	0.83	6442	4	2	1.67	0.019	4	3	2.5	0	4		
	1	1	0.67	22782	1	2	1.33	0.29	1	3	2.0	6.66E-10	1		
	1.5	1	0.50	66811	1	2	1.00	3.40	1	3	1.5	3.22E-08	1		
	2	1	0.33	158656	1	2	0.67	31.69	1	3	1.0	1.29E-06	1		
	2.5	1	0.17	308538	1	2	0.33	232.67	1	3	0.5	4.04E-05	1		
	3	1	0.00	500000	1	2	0.00	1349.97	1	3	0.0	0.00099	1		

當製程在沒有偏移的狀態下，無論其樣本大小為多少，當 $C_p=C_{pk}=1$ (PPM=2700); $C_p=C_{pk}=2$ (PPM=0.002); $C_p=C_{pk}=3$ (PPM=0) 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆是 370，所以除非允收管制圖訂的比 0.0027 小，否則皆是 Shewhart 管制圖較允收管制圖不會出現假警報。

當製程有偏移的情況下：

- 1.樣本數為 1，偏移量在 0 到 3 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0$ ，PPM 500,000； $C_p=2$ ， $C_{pk}=0$ ，PPM 1350； $C_p=3$ ， $C_{pk}=0$ ，PPM 0.00099 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除非允收管制圖的訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。
- 2.樣本數為 5 時，偏移量在 0 到 1.5 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.5$ ，PPM 66,811； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.0$ ，PPM 3.4； $C_p=3$ ， $C_{pk}=1.5$ ，PPM $3.22E-8$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。
- 3.樣本數為 10 時，偏移量在 0 到 1 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.67$ ，PPM 22,782； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.33$ ，PPM 0.29； $C_p=3$ ， $C_{pk}=2.0$ ，PPM $6.66E-10$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。
- 4.樣本數為 20 時，偏移量在 0 到 0.5 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.83$ ，PPM 6,442； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.67$ ，PPM 0.019； $C_p=3$ ， $C_{pk}=2.5$ ，PPM 0 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 4，此時除了允收管制圖的訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。

由表 4.1 的 ARL 值，可以知道當過程品質變動小時，Shewhart 管制圖的偵測能力較差，此時建議選擇允收管制圖較佳，當過程品質變動較大時 Shewhart 管制圖的偵測能力較佳，此時建議選擇 Shewhart 管制圖較佳，不同的樣本數、製程偏移量、 C_p 及 C_{pk} 下，建議使用的管制圖分述如下表：

表 4.2 不同樣本下，以 ARL 為衡量基準，建議適用管制圖

樣本	偏移量	Cp	Cpk	PPM	允收管制圖 訂的、值	以 ARL 為衡量標準， 較佳的管制圖
1~20	0	1	1	2700	>0.0027	Shewhart管制圖
		2	2	0.002		
		3	3	0		
	其他					允收管制圖
1	0.5~3	1	0	500,000	<0.5	允收管制圖
		2	0	1349.97		
		3	0	0.00099		
	3以上	其他			>0.5	Shewhart管制圖
5	0.1~1.5	1	0.5	66,811	<0.5	允收管制圖
		2	1.0	3.4		
		3	1.5	3.22E-8		
	1.5以上	其他			>0.5	Shewhart管制圖
10	0.1~1	1	0.67	22782	<0.5	允收管制圖
		2	1.33	0.29		
		3	2.0	6.66E-10		
	1以上	其他			>0.5	Shewhart管制圖
20	0.1~0.5	1	0.83	6442	<0.5	允收管制圖
		2	1.67	0.019		
		3	2.5	0		
	0.5以上	其他			>0.5	Shewhart管制圖

因為目前製程已要求越來越嚴格，所以若以 MOTOROLA 所提出 66-PPM 的觀念而言，要求製程要達到 Cp=2、Cpk=1.5 PPM=3.4 的條件下，則

- 1.製程是無偏移下，此時是使用 Shewhart 管制圖優於允收管制圖
- 2.當製程有些微偏移（ $\epsilon=0.1\sim1.5$ ）下，除非是將訂得大於等於 0.5，否則則是允收管制圖優於 Shewhart 管制圖。

4.2 以管制圖經濟性設計為衡量基準

以品質成本為考量的出發點，我們希望要找到省錢又能即時偵測製程品質異常，故接下來以管制圖的經濟性設計為衡量基準，比較在不同的成本結構下，個別適用的管制圖。

管制圖的經濟性設計包含 3 個重要的成本包括：

1. a_3 ：製程確實發生變異而找尋非機遇原因所花費的成本
2. a_3' ：製程並未發生異常但找尋非機遇原因的誤警成本
3. a_4 ：製程脫離管制之狀態但未找尋非機遇的處罰成本

在前面 2.4 節中探討管制圖的經濟性設計，此便不在贅述，公式如下：

$$\text{管制圖顯示錯誤警報時，找尋非機遇原因成本： } A = \frac{a_3' \exp(-Ih)}{1 - \exp(-Ih)}$$

$$\text{非管制狀態下平均時間： } B = \frac{h}{P} - t + gn + D$$

$$\text{損失成本函數： } L = \frac{Ia_4B + Ia_3 + IA}{1 + IB} + \frac{a_1 + a_2n}{h}$$

4.2.1 做法說明

本研究 Montgoery 統計品質管制 [14] 一書中例題 10-1 所求得最適的 h 、 k ，引用其中數據資料來運算出 Shewhart 管制圖的損失成本，而運用相關資料所求的 ± 0.00001 、 ± 0.00001 值作為允收管制圖的 \bar{x} 、 \bar{R} ，而運算出相對的損失成本，探討其 h 、 k 的增減所帶來損失成本的變化，以作為允收管制圖使用時當在不同抽樣數、不同成本結構下應該如何訂定 h 、 k 使其損失成本達到最小。

原始函數值：

$$a_1=1$$

$$a_2=0.1$$

$$a_3=25$$

$$a_3' = 50$$

$$a_4=100$$

$$\mathbf{I}=0.05$$

$$=2$$

$$g=0.0167$$

$$D=1$$

變動函數值：

$$a_4 = 100 \rightarrow a_4 = 150$$

$$\mathbf{d} = 2 \rightarrow \mathbf{d} = 1$$

$$a_3 = 25 \cdot a_3' = 50 \rightarrow a_3 = a_3' = 100$$

$$a_1 = 1 \rightarrow a_1 = 2$$

$$a_2 = 0.1 \rightarrow a_2 = 0.5$$

$$\mathbf{I} = 0.05 \rightarrow \mathbf{I} = 0.01$$

配置：

Shewhart 管制圖的損失成本，與下列 4 種條件的允收管制圖損失成本比較：

$$(1) \quad 1 : +0.00001, \quad 1 : +0.00001$$

$$(2) \quad 1 : +0.00001, \quad 2 : -0.00001$$

$$(3) \quad 2 : -0.00001, \quad 1 : +0.00001$$

$$(4) \quad 2 : -0.00001, \quad 2 : -0.00001$$

4.2.2 結果說明

由上列研究配置後所得資料，得到下列結果如下：

表 4.3 不同成本結構下，以損失成本為衡量基準詳細結果列表

假設條件	n	最適k	最適h	Shewhart 的 值	允收管制圖的 值		Shewhart 1- 值	允收管制圖的 值		Shewhart 的L值	允收管制圖的L值			
					1	2		1	2		1 1	1 2	2 1	2 2
a ₁ =1 a ₂ =0.1 a ₃ =25 a _{3'} =50 a ₄ =100 =0.05 =2 g=0.0167 D=1	1	2.30	0.45	0.02145	0.02146	0.02144	0.38210	0.38211	0.38209	14.695	14.696	14.696	14.694	14.694
	2	2.52	0.57	0.01174	0.01175	0.01173	0.62112	0.62113	0.62111	11.891	11.892	11.892	11.891	11.891
	3	2.68	0.66	0.00736	0.00737	0.00735	0.78351	0.78352	0.78350	10.892	10.892	10.893	10.891	10.891
	4	2.84	0.71	0.00451	0.00452	0.00450	0.87698	0.87699	0.87697	10.502	10.502	10.502	10.501	10.501
	5	2.99	0.76	0.00279	0.00280	0.00278	0.93085	0.93086	0.93084	10.376	10.377	10.377	10.375	10.375
	6	3.13	0.79	0.00175	0.00176	0.00174	0.96155	0.96156	0.96154	10.391	10.392	10.392	10.390	10.390
	7	3.27	0.82	0.00108	0.00109	0.00107	0.97839	0.97840	0.97838	10.476	10.477	10.477	10.476	10.476
	8	3.40	0.85	0.00067	0.00068	0.00066	0.98799	0.98800	0.98798	10.600	10.600	10.600	10.599	10.599
	9	3.53	0.87	0.00042	0.00043	0.00041	0.99324	0.99325	0.99323	10.747	10.747	10.747	10.746	10.746
	10	3.66	0.89	0.00025	0.00026	0.00024	0.99615	0.99616	0.99614	10.904	10.905	10.905	10.904	10.904
	11	3.78	0.92	0.00016	0.00017	0.00015	0.99784	0.99785	0.99783	11.063	11.063	11.064	11.062	11.063
	12	3.90	0.94	0.00010	0.00011	0.00009	0.99877	0.99878	0.99876	11.227	11.228	11.228	11.227	11.227
	13	4.02	0.96	0.00006	0.00007	0.00005	0.99929	0.99930	0.99928	11.392	11.392	11.392	11.391	11.391
	14	4.14	0.98	0.00003	0.00004	0.00002	0.99959	0.99960	0.99958	11.555	11.555	11.555	11.554	11.554
	15	4.25	1.00	0.00002	0.00003	0.00001	0.99976	0.99977	0.99975	11.717	11.717	11.717	11.716	11.716
a ₁ =2 a ₂ =0.1 a ₃ =25 a _{3'} =50 a ₄ =100 =0.05 =2 g=0.0167 D=1	1	2.07	0.71	0.03845	0.03846	0.03844	0.47212	0.47213	0.47211	16.264	16.264	16.265	16.263	16.263
	2	2.33	0.82	0.01981	0.01982	0.01980	0.69091	0.69092	0.69090	13.226	13.226	13.226	13.225	13.225
	3	2.53	0.9	0.01141	0.01142	0.01140	0.82487	0.82488	0.82486	12.090	12.090	12.091	12.089	12.090
	4	2.71	0.95	0.00673	0.00674	0.00672	0.90147	0.90148	0.90146	11.619	11.620	11.620	11.619	11.619
	5	2.87	0.98	0.00410	0.00411	0.00409	0.94544	0.94545	0.94543	11.449	11.449	11.449	11.448	11.448
	6	3.03	1.01	0.00245	0.00246	0.00244	0.96919	0.96920	0.96918	11.424	11.424	11.424	11.423	11.423
	7	3.18	1.04	0.00147	0.00148	0.00146	0.98264	0.98265	0.98263	11.477	11.477	11.478	11.477	11.477
	8	3.32	1.06	0.00090	0.00091	0.00089	0.99028	0.99029	0.99027	11.576	11.577	11.577	11.576	11.576
	9	3.46	1.08	0.00054	0.00055	0.00053	0.99446	0.99447	0.99445	11.699	11.699	11.699	11.698	11.698
	10	3.59	1.1	0.00033	0.00034	0.00032	0.99688	0.99689	0.99687	11.834	11.834	11.834	11.833	11.833
	11	3.72	1.11	0.00020	0.00021	0.00019	0.99821	0.99822	0.99820	11.979	11.979	11.979	11.978	11.978
	12	3.85	1.13	0.00012	0.00013	0.00011	0.99896	0.99897	0.99895	12.123	12.124	12.124	12.123	12.123
	13	3.97	1.15	0.00007	0.00008	0.00006	0.99940	0.99941	0.99939	12.269	12.269	12.269	12.269	12.269
	14	4.09	1.17	0.00004	0.00005	0.00003	0.99965	0.99966	0.99964	12.415	12.415	12.415	12.414	12.414
	15	4.21	1.18	0.00003	0.00004	0.00002	0.99980	0.99981	0.99979	12.564	12.564	12.564	12.563	12.563
a ₁ =2 a ₂ =0.1 a ₃ =25 a _{3'} =50 a ₄ =150 =0.05 =2 g=0.0167 D=1	1	2.31	0.37	0.02089	0.02090	0.02088	0.37829	0.37830	0.37828	19.134	19.136	19.136	19.133	19.133
	2	2.52	0.46	0.01174	0.01175	0.01173	0.62112	0.62113	0.62111	15.695	15.696	15.696	15.694	15.694
	3	2.68	0.54	0.00736	0.00737	0.00735	0.78351	0.78352	0.78350	14.472	14.473	14.473	14.471	14.471
	4	2.84	0.58	0.00451	0.00452	0.00450	0.87698	0.87699	0.87697	14.009	14.010	14.010	14.008	14.008
	5	2.99	0.62	0.00279	0.00280	0.00278	0.93085	0.93086	0.93084	13.874	13.875	13.875	13.873	13.873
	6	3.13	0.65	0.00175	0.00176	0.00174	0.96155	0.96156	0.96154	13.909	13.910	13.910	13.909	13.909
	7	3.27	0.67	0.00108	0.00109	0.00107	0.97839	0.97840	0.97838	14.036	14.037	14.037	14.035	14.036
	8	3.4	0.69	0.00067	0.00068	0.00066	0.98799	0.98800	0.98798	14.210	14.211	14.211	14.210	14.210
	9	3.53	0.71	0.00042	0.00043	0.00041	0.99324	0.99325	0.99323	14.409	14.410	14.410	14.409	14.409
	10	3.66	0.73	0.00025	0.00026	0.00024	0.99615	0.99616	0.99614	14.621	14.622	14.622	14.621	14.621
	11	3.78	0.75	0.00016	0.00017	0.00015	0.99784	0.99785	0.99783	14.840	14.840	14.840	14.839	14.839
	12	3.9	0.77	0.00010	0.00011	0.00009	0.99877	0.99878	0.99876	15.060	15.061	15.061	15.059	15.059
	13	4.02	0.78	0.00006	0.00007	0.00005	0.99929	0.99930	0.99928	15.286	15.286	15.286	15.285	15.285
	14	4.14	0.8	0.00003	0.00004	0.00002	0.99959	0.99960	0.99958	15.505	15.505	15.505	15.504	15.504

假設條件	n	最適k	最適h	Shewhart 的 值	允收管制圖的 值		Shewhart 1- 值	允收管制圖的 值		Shewhart 的L值	允收管制圖的L值			
					1	2		1	2		1 1	1 2	2 1	2 2
a ₁ =2	1	2.53	0.4	0.01141	0.01142	0.01140	0.29806	0.29807	0.29805	19.556	19.558	19.558	19.553	19.554
a ₂ =0.1	2	2.72	0.53	0.00653	0.00654	0.00652	0.54317	0.54318	0.54316	16.007	16.009	16.009	16.005	16.005
	3	2.87	0.62	0.00410	0.00411	0.00409	0.72378	0.72379	0.72377	14.731	14.732	14.732	14.729	14.729
a ₃ =100	4	3	0.7	0.00270	0.00271	0.00269	0.84134	0.84135	0.84133	14.188	14.189	14.189	14.187	14.187
a _{3'} =100	5	3.13	0.75	0.00175	0.00176	0.00174	0.91022	0.91023	0.91021	13.983	13.984	13.984	13.982	13.982
a ₄ =100	6	3.27	0.78	0.00108	0.00109	0.00107	0.94834	0.94835	0.94833	13.949	13.950	13.951	13.948	13.948
	7	3.4	0.82	0.00067	0.00068	0.00066	0.97072	0.97073	0.97071	13.999	14.000	14.000	13.998	13.998
=0.05	8	3.52	0.84	0.00043	0.00044	0.00042	0.98370	0.98371	0.98369	14.106	14.107	14.107	14.105	14.105
=2	9	3.65	0.87	0.00026	0.00027	0.00025	0.99061	0.99062	0.99060	14.235	14.236	14.236	14.234	14.234
g=0.0167	10	3.77	0.89	0.00016	0.00017	0.00015	0.99468	0.99469	0.99467	14.382	14.383	14.383	14.381	14.381
	11	3.89	0.92	0.00010	0.00011	0.00009	0.99696	0.99697	0.99695	14.533	14.534	14.534	14.532	14.532
D=1	12	4	0.94	0.00006	0.00007	0.00005	0.99830	0.99831	0.99829	14.691	14.692	14.692	14.690	14.690
	13	4.12	0.96	0.00004	0.00005	0.00003	0.99900	0.99901	0.99899	14.849	14.850	14.850	14.848	14.849
	14	4.23	0.98	0.00002	0.00003	0.00001	0.99943	0.99944	0.99942	15.008	15.009	15.009	15.007	15.007
	15	4.34	1	0.00001	0.00002	0.00000	0.99967	0.99968	0.99966	15.165	15.166	15.166	15.164	15.164
	16	4.45	1.02	0.00000	0.00001	0.00000	0.99992	0.99993	0.99991	15.610	15.611	15.612	15.611	15.611
a ₁ =1	1	2.19	0.56	0.02852	0.02853	0.02851	0.42467	0.42468	0.42466	15.414	15.414	15.415	15.413	15.413
a ₂ =0.5	2	2.36	0.78	0.01827	0.01828	0.01826	0.68026	0.68027	0.68025	12.991	12.992	12.992	12.990	12.991
	3	2.51	0.94	0.01207	0.01208	0.01206	0.82998	0.82999	0.82997	12.292	12.292	12.292	12.291	12.291
a ₃ =25	4	2.65	1.07	0.00805	0.00806	0.00804	0.91149	0.91150	0.91148	12.171	12.171	12.172	12.171	12.171
a _{3'} =50	5	2.8	1.17	0.00511	0.00512	0.00510	0.95275	0.95276	0.95274	12.308	12.308	12.308	12.307	12.307
a ₄ =100	6	2.94	1.26	0.00328	0.00329	0.00327	0.97494	0.97495	0.97493	12.566	12.566	12.566	12.566	12.566
	7	3.08	1.34	0.00207	0.00208	0.00206	0.98650	0.98651	0.98649	12.883	12.883	12.884	12.883	12.883
=0.05	8	3.22	1.41	0.00128	0.00129	0.00127	0.99259	0.99260	0.99258	13.228	13.228	13.228	13.227	13.228
=2	9	3.35	1.48	0.00081	0.00082	0.00080	0.99598	0.99599	0.99597	13.580	13.580	13.580	13.579	13.580
g=0.0167	10	3.48	1.55	0.00050	0.00051	0.00049	0.99778	0.99779	0.99777	13.930	13.931	13.931	13.930	13.930
	11	3.61	1.61	0.00031	0.00032	0.00030	0.99875	0.99876	0.99874	14.279	14.279	14.279	14.279	14.279
D=1	12	3.74	1.67	0.00018	0.00019	0.00017	0.99928	0.99929	0.99927	14.620	14.620	14.620	14.620	14.620
	13	3.86	1.73	0.00011	0.00012	0.00010	0.99960	0.99961	0.99959	14.952	14.953	14.953	14.952	14.952
	14	3.98	1.79	0.00007	0.00008	0.00006	0.99977	0.99978	0.99976	15.276	15.276	15.277	15.276	15.276
	15	4.1	1.85	0.00004	0.00005	0.00003	0.99992	0.99993	0.99991	15.610	15.611	15.612	15.611	15.611
	16	4.23	1.9	0.00002	0.00003	0.00001	0.99999	0.99999	0.99999	16.000	16.000	16.000	16.000	16.000
a ₁ =1	1	2.33	0.98	0.01981	0.01982	0.01980	0.37071	0.37072	0.37070	5.413	5.413	5.414	5.412	5.413
a ₂ =0.1	2	2.54	1.25	0.01109	0.01110	0.01108	0.61349	0.61350	0.61348	4.023	4.023	4.023	4.022	4.023
	3	2.7	1.45	0.00693	0.00694	0.00692	0.77760	0.77761	0.77759	3.518	3.518	3.518	3.518	3.518
a ₃ =25	4	2.85	1.59	0.00437	0.00438	0.00436	0.87493	0.87494	0.87492	3.307	3.308	3.308	3.307	3.307
a _{3'} =50	5	2.97	1.71	0.00271	0.00272	0.00270	0.93349	0.93350	0.93348	3.124	3.124	3.124	3.124	3.124
a ₄ =100	6	3.14	1.76	0.00169	0.00170	0.00168	0.96071	0.96072	0.96070	3.214	3.214	3.214	3.214	3.214
	7	3.28	1.83	0.00104	0.00105	0.00103	0.97786	0.97787	0.97785	3.235	3.236	3.236	3.235	3.235
=0.01	8	3.41	1.89	0.00065	0.00066	0.00064	0.98768	0.98769	0.98767	3.276	3.276	3.276	3.275	3.275
=2	9	3.54	1.95	0.00040	0.00041	0.00039	0.99305	0.99306	0.99304	3.326	3.326	3.327	3.326	3.326
g=0.0167	10	3.76	2	0.00017	0.00018	0.00016	0.99483	0.99484	0.99482	3.383	3.383	3.383	3.383	3.383
	11	3.79	2.05	0.00015	0.00016	0.00014	0.99777	0.99778	0.99776	3.441	3.441	3.441	3.441	3.441
D=1	12	3.91	2.1	0.00009	0.00010	0.00008	0.99873	0.99874	0.99872	3.501	3.501	3.501	3.501	3.501
	13	4.03	2.14	0.00006	0.00007	0.00005	0.99927	0.99928	0.99926	3.562	3.562	3.562	3.561	3.561
	14	4.15	2.19	0.00003	0.00004	0.00002	0.99957	0.99958	0.99956	3.621	3.622	3.622	3.621	3.621
	15	4.26	2.24	0.00002	0.00003	0.00001	0.99975	0.99976	0.99974	3.681	3.681	3.681	3.681	3.681
	16	4.37	2.3	0.00001	0.00002	0.00000	0.99997	0.99998	0.99997	3.730	3.730	3.730	3.730	3.730

假設條件	n	最適k	最適h	Shewhart 的 值	允收管制圖的 值		Shewhart 的 值	允收管制圖的 值		Shewhart 的L值	允收管制圖的L值			
					1	2		1	2		1 1	1 2	2 1	2 2
a ₁ =1 a ₂ =0.1 a ₃ =25 a _{3'} =50 a ₄ =100 =0.05 =1 g=0.0167 D=1	4	2.22	0.53	0.02642	0.02643	0.02641	0.41295	0.41296	0.41294	15.447	15.448	15.448	15.446	15.446
	5	2.27	0.58	0.02321	0.02322	0.02320	0.48647	0.48648	0.48646	14.555	14.555	14.556	14.554	14.554
	6	2.31	0.64	0.02089	0.02090	0.02088	0.55547	0.55548	0.55546	13.922	13.922	13.923	13.921	13.921
	7	2.35	0.69	0.01877	0.01878	0.01876	0.61629	0.61630	0.61628	13.476	13.476	13.476	13.475	13.475
	8	2.39	0.73	0.01685	0.01686	0.01684	0.66946	0.66947	0.66945	13.160	13.160	13.161	13.159	13.159
	9	2.43	0.77	0.01510	0.01511	0.01509	0.71566	0.71567	0.71565	12.933	12.933	12.934	12.932	12.932
	10	2.47	0.81	0.01351	0.01352	0.01350	0.75562	0.75563	0.75561	12.774	12.774	12.774	12.773	12.773
	11	2.5	0.85	0.01242	0.01243	0.01241	0.79293	0.79294	0.79292	12.669	12.670	12.670	12.669	12.669
	12	2.54	0.88	0.01109	0.01110	0.01108	0.82228	0.82229	0.82227	12.608	12.609	12.609	12.608	12.608
	13	2.58	0.91	0.00988	0.00989	0.00987	0.84745	0.84746	0.84744	12.580	12.581	12.581	12.580	12.580
	14	2.61	0.94	0.00905	0.00906	0.00904	0.87111	0.87112	0.87110	12.581	12.581	12.581	12.580	12.580
	15	2.65	0.96	0.00805	0.00806	0.00804	0.88933	0.88934	0.88932	12.605	12.606	12.606	12.605	12.605
	16	2.69	0.99	0.00715	0.00716	0.00714	0.90490	0.90491	0.90489	12.643	12.644	12.644	12.643	12.643
	17	2.72	1.02	0.00653	0.00654	0.00652	0.91971	0.91972	0.91970	12.697	12.697	12.698	12.697	12.697
	18	2.76	1.04	0.00578	0.00579	0.00577	0.93092	0.93093	0.93091	12.766	12.767	12.767	12.766	12.766
	19	2.79	1.06	0.00527	0.00528	0.00526	0.94166	0.94167	0.94165	12.847	12.847	12.847	12.846	12.846
	20	2.83	1.08	0.00465	0.00466	0.00464	0.94972	0.94973	0.94971	12.935	12.935	12.935	12.934	12.934
	21	2.87	1.1	0.00410	0.00411	0.00409	0.95660	0.95661	0.95659	13.029	13.030	13.030	13.029	13.029
	22	2.9	1.12	0.00373	0.00374	0.00372	0.96331	0.96332	0.96330	13.131	13.131	13.131	13.130	13.131
	23	2.94	1.14	0.00328	0.00329	0.00327	0.96826	0.96827	0.96825	13.236	13.237	13.237	13.236	13.236
	24	2.97	1.16	0.00298	0.00299	0.00297	0.97313	0.97314	0.97312	13.347	13.347	13.347	13.346	13.346

由上表得知，成本結構的改變對允收管制圖、Shewhart 管制圖的損失成本影響不大，即對其損失成本的決定不具關鍵性影響，而無論在何種成本結構下，訂定允收管制圖的、Shewhart 管制圖的、，必定會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本，這是無庸置疑的，但其中在訂定允收管制圖的 不一定得皆小於 Shewhart 管制圖的 才會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本。

4.3 驗證結果彙總

允收管制圖及 Shewhart 管制圖的適用時機當以 ARL 評估時，當製程在沒有偏移的狀態下，無論其樣本大小為多少，當 $C_p=C_{pk}=1, 2, 3$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆是 370，所以除非允收管制圖 訂的比 0.0027 小，否則皆是 Shewhart 管制圖較允收管制圖不容易出現假警報。

當製程有偏移的情況下：

1. 樣本數為 1，偏移量在 0 到 3 之間(不包含 0)， $C_p=1, C_{pk}=0, ; C_p=2, C_{pk}=0 ; C_p=3, C_{pk}=0$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的 訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。

- 2.樣本數為 5 時，偏移量在 0 到 1.5 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.5$ ； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.0$ ； $C_p=3$ ， $C_{pk}=1.5$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的 k 訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。
- 3.樣本數為 10 時，偏移量在 0 到 1 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.67$ ； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.33$ ； $C_p=3$ ， $C_{pk}=2.0$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的 k 訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。
- 4.樣本數為 20 時，偏移量在 0 到 0.5 之間（不包含 0）， $C_p=1$ ， $C_{pk}=0.83$ ； $C_p=2$ ， $C_{pk}=1.67$ ； $C_p=3$ ， $C_{pk}=2.5$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆大於等於 2，此時除了允收管制圖的 k 訂大於等於 0.5 以外，其他皆是允收管制圖較 Shewhart 管制圖容易偵測出製程發生變異。

允收管制圖及 Shewhart 管制圖的適用時機當以損失成本為考量時，則成本結構的改變對允收管制圖、Shewhart 管制圖的損失成本影響不大，即對其損失成本的決定不具關鍵性影響，而無論在何種成本結構下，訂定允收管制圖的 k 、 C_p 、 C_{pk} ，必定會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本，這是無庸置疑的，但其中在訂定允收管制圖的 k 不一定得皆小於 Shewhart 管制圖的 k 才會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本。

五、結論

現在的製程型態已漸趨於零缺點，製造型態製程進行的速度相當快且大量，製程快速之下節省了產品 Cycle time 及成本，但一旦發生異常往往不良品亦會產生相多的數量造成莫大的損失，所以我們極力尋求預防的方法來解決此項潛在危機。通常我們多採用的是 Shewhart 管制圖來管制製程，但若遇到下列情況便有些問題產生：

本研究發現當製程在沒有偏移的狀態下，即製程良好時，無論其樣本大小，當 $C_p=C_{pk}=1$ (規格公差較製程公差大時)， $C_p=C_{pk}=1, 2, 3$ 時，Shewhart 管制圖的 ARL 皆是 370，所以除非允收管制圖訂的比 0.0027 小，否則皆是 Shewhart 管制圖較允收管制圖不容易出現假警報。

當製程有偏移的情況下，即製程能力不見得都相當良好時，過程品質變動小（小）時，Shewhart 管制圖的偵測能力較差，此時建議選擇允收管制圖較佳，當過程品質變動較大（大）時 Shewhart 管制圖的偵測能力較佳，此時建議選擇 Shewhart 管制圖較佳。

若以品質成本為考量的出發點，我們希望要找到省錢又能即時偵測製程品質異常，所以用管制圖的經濟性設計為衡量基準，此時發現成本結構的改變對允收管制圖、Shewhart 管制圖的損失成本影響不大，即對其損失成本的決定不具關鍵性影響，而無論在何種成本結構下，訂定允收管制圖的

、，必定會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本，這是無庸置疑的，但其中在訂定允收管制圖的 不一定得皆小於 Shewhart 管制圖的 才會得到比 Shewhart 管制圖較少的損失成本。

允收管制圖係以規格為運算基準，加上考量了型一及型二誤差，讓消費者及生產者皆在滿意的情況下所制定出的管制界限，所以在某些特殊情況下適用，如當製程呈現零缺點時、規格公差遠較製程公差大時（ $6\sigma < USL - LSL$ ）製程只需監測其是否合格而不需監測製程狀態時、管制圖使用初期尚未計算出管制界限時，各自在不同的規範下訂定型一及型二誤差，此研究可提供業界在遭遇上述不同情況下，另一種管制圖的選擇參考指標。

此研究未來建議可由兩方面再加深研：

- 1.以規格界限為基準，考量上抽樣頻率、抽樣數、型一誤差、型二誤差，找出比允收管制圖計算較簡單的管制圖以提供業界方便使用。
- 2.以允收管制圖的經濟性設計為題加以深研探究。

參考文獻

- [1] 劉漢容，1996，品質管制，二版，盛凱企業管理顧問有限公司發行
- [2] Besterfield， D. H.， 1994， Quality control， Englewood Cliffs, N. J.， Prentice Hall Career & Technology， P.62-73
- [3] Brown, N. R.， 1966， “Zero Defects the Easy Way with Target Area Control”， Modern Machine Shop， July， pp.96-100
- [4] Duncan, A. J.， 1974， Quality control and Industrial Statistics， Richard D. Irwin， Homewood, IL
- [5] Ermer, D. S. and ROEPKE, J. R.， 1991， "An Analytical Analysis of Pre-Control". ASQC Quality Congress Transactions. American Society for Quality Control, Milwaukee, WI, pp. 522-525.
- [6] Eugene, L. G.， Richard, S. L.， 1996， Statistical Quality Control， 7th ed.， pp.398-401
- [7] Evans， J. R.， William M. Lindsay， 1999， The management and control of quality， South-Western College Pub.， Cincinnati, Ohio
- [8] Freund, R.A.， 1957， “Acceptance Control Chart”， Industrial Quality Control， October 1957
- [9] Hill ,D.， 1956， “Modified Control Limits”， Applied Statistics， vol.5， no.1， pp.12-19
- [10] Juran, J. M. and Gryna, F. M.， 1988， Quality Control Handbook， 4th ed.， McGraw-Hill, Inc., New York, NY.
- [11] Logothetis, N.， 1990， "The Theory of Pre-Control: A Serious Method or a Colourful Naivity?"， International Journal of Total Quality Management 1, pp. 207-220.
- [12] Mackertich. N. A.， 1990， "Precontrol versus Control Charting: A Critical Comparison" (with discussion by Dorian Shainin). Quality Engineering 2, pp. 253-268.

- [13] Mitra, A. , 1993 , Fundamentals of quality control and improvement , Macmillan Pub. Co. , New York
- [14] Montgomery, D. C. , 1993 , Introduction to statistical quality control , Wiley , New York
- [15] Moroney, M. J. , 1953 , Facts from Figures , 2d ed , P.165-171 , Penguin books,ltd. , Harmondworth
- [16] Schilling, E. G. , 1982 , Acceptance Sampling in Quality control , Marcel Dekker , New York and Basel
- [17] Shainin, D. , 1984 , “Better Than Good Old \bar{X} and R Charts Asked by Vendors.” , ASQC Quality Congress Transactions , pp.302-307
- [18] Shewhart, W. A. , 1931 , Economic Control of Quality Manufactured Product , Van Nostrand , New York
- [19] Sinibaldi, F. J. , 1985 , “Pre-Control Chart , Does It Really Work With Non-Normality.” , ASQC Quality Congress Transactions , pp.428-433
- [20] Smith ,G. M. , 1995 , STATISTICAL PROCESS CONTROL AND QUALITY IMPROVEMENT , 2nd ed. , Upper Saddle River, N. J. , Prentice Hall
- [21] Traver, R. W. , 1985 , "Pre-Control: A Good Alternative to \bar{X} and R Charts". Quality Progress 17, pp. 11-14.

